MECÁNICA

9. Un oscilador lineal está formado por una masa $m = 10\,\text{kg}$, con un resorte elástico de constante $k = 10000\,\text{N/m}$. Para determinar el coeficiente de amortiguamiento viscoso c, se sabe que sometido a vibraciones libres, el movimiento reduce su amplitud a la mitad al cabo de $100\,\text{s}$. Estando el sistema en reposo, comienza a actuar de manera súbita una fuerza constante de valor $F = 1000\,\text{N}$, manteniéndose esta carga a lo largo del tiempo. Se pide:

a) Calcular el valor de c.

b) Ecuación del movimiento para el régimen transitorio con el valor de c calculado antes.

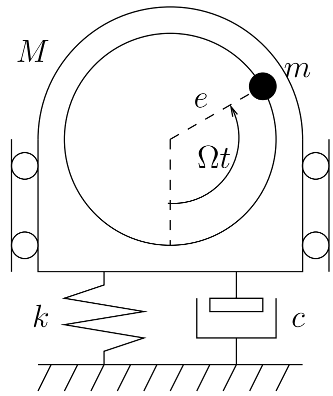
c) Ecuación del movimiento para el régimen permanente (transcurrido suficiente tiempo).

d) Suponiendo que el valor de c es muy pequeño, y se puede por tanto despreciar a efecto del régimen transitorio, obtener la máxima elongación de este movimiento respecto a la posición inicial, y calcular el factor de amplificación.

(Se llama factor de amplificación al cociente entre la máxima elongación del movimiento para la carga dinámica y la que produciría en el resorte una carga estática, impuesta de forma suficientemente lenta para que no se produzcan vibraciones)
(Examen parcial, curso 93/94)

---

10. Un equipo tiene un bastidor rígido de masa M sobre una fundación elástica que puede idealizarse como un resorte de constante k que permite únicamente el movimiento vertical, con un amortiguamiento del 5 % del crítico. Dentro del bastidor hay un motor cuyo efecto dinámico equivale a una masa m con excentricidad e, girando a una velocidad constante Ω.
Considerando los valores numéricos $M = 900$ kg, $m = 100$ kg, $e = 0{,}01$ m, $k = 10^7$ N/m, $\Omega = 2000$ r.p.m., se pide:

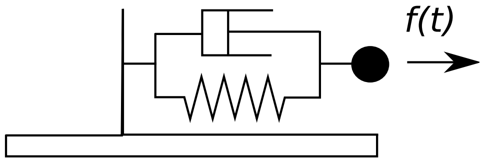


1. Ecuación diferencial del movimiento.
2. Solución general de la ecuación anterior, tanto para el régimen transitorio como para el permanente (pasado suficiente tiempo). Se considerará que en el instante inicial la masa excéntrica está en la posición inferior con el bastidor en reposo.
3. Obtener el valor de Ω que produce resonancia para la amplitud del movimiento, y calcular dicha amplitud resonante.

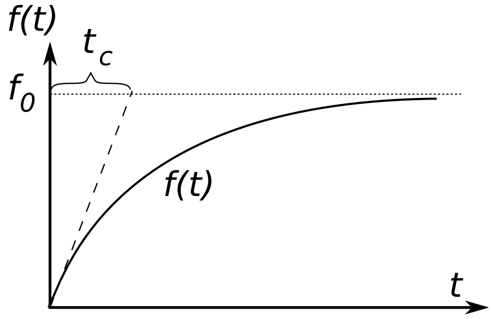
(Examen parcial, curso 98/99)

---

11. Sea un sistema dinámico formado por una partícula de masa m y un resorte lineal de constante de recuperación k y de coeficiente de viscosidad c. La partícula se puede mover sobre una recta horizontal. Estando la partícula en reposo y el resorte en su posición natural se aplica una fuerza $f(t) = f_0\,(1 - e^{-a\,t})$.



Se pide:



1. Escribir la ecuación diferencial del movimiento junto con sus condiciones iniciales.

2. Expresar la forma general de la solución (sin resolver la ecuación diferencial).

3. Asumiendo que $k = 4\,m\,a^2$ y $c = a\,m/5$, obtener la expresión $x = x(t)$ de la respuesta de la estructura.

4. Para los valores del apartado 3, definiendo el tiempo característico t_c de la solicitación como la intersección de la pendiente en el origen a $f(t)$ con el valor asintótico f_0 (ver figura), obtener la relación entre dicho tiempo característico y el periodo de la parte oscilatoria de la respuesta.

(Problema puntuable, curso 09/10)

---

12. El comportamiento dinámico de una estructura de antena de televisión puede estudiarse en primera aproximación como un sistema de 1 gdl de masa M y rigidez k frente a desplazamientos horizontales x. Se pretende estudiar la respuesta dinámica frente a una explosión. La carga asociada a la misma se caracteriza mediante una función lineal del tiempo de valor P_0 en el instante inicial y valor nulo en el instante t_1.

Se pide:

1. Desplazamiento horizontal de la torre a lo largo del tiempo en función de P_0 y t_1/T, siendo $T = 2\pi/\omega_0$ el período propio de la estructura.

2. Estudiar en qué instante tiene lugar el desplazamiento máximo (x_{max}) de la estructura.

3. Valor máximo del esfuerzo cortante desarrollado por la estructura ($F_{max} = kx_{max}$) para dos casos distintos, $t_1 = 0{,}05\,\text{s}$ y $t_1 = 0{,}005\,\text{s}$, siendo $M = 600\,000\,\text{kg}$, $k = 4 \cdot 10^6$ kN/m y $P_0 = 10^4$ kN.
