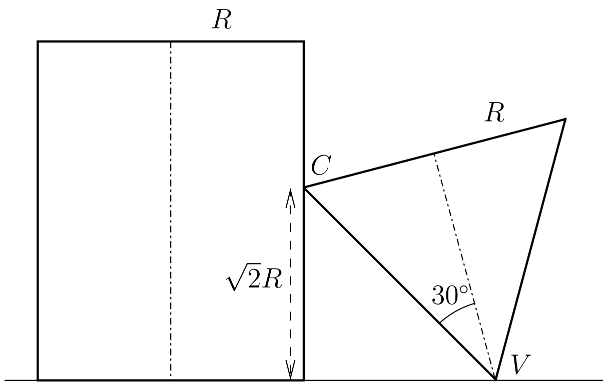
Práctica nº 4 — curso 2010-2011

MECÁNICA

13. Un cono de radio R y semiángulo cónico 30° se mueve de manera que su base rueda sin deslizar sobre un cilindro fijo de radio R, estando en todo momento el vértice V en el plano de la base del cilindro y el punto de contacto C a una altura $\sqrt{2}R$ sobre dicho plano (ver la sección principal en la figura). El punto de contacto C y el vértice V están contenidos en todo momento en un plano vertical por el eje del cilindro, siendo v_0 la velocidad constante de sucesión de C.



Se pide:

1. Razonar si el movimiento corresponde a una rotación instantánea y, en su caso, interpretarlo como la composición de una rotación alrededor del eje del cilindro y una rotación alrededor del eje del cono.

2. Calcular la velocidad angular y la aceleración angular del cono.

3. Calcular las velocidades y la aceleraciones del vértice V y del punto material de la base del cono que está en contacto con el cilindro.

(Examen final, curso 09/10)

---

14. Un cilindro de radio $R/3$ tiene su eje de revolución según un diámetro de una esfera de radio R. El cilindro es fijo mientras que la esfera gira con velocidad angular ω constante alrededor de dicho eje de revolución. Otra esfera de radio $R/9$ se mueve permaneciendo tangente a la cara exterior del cilindro y a la cara interior de la otra esfera de radio R, rodando sin deslizar sobre ambas superficies. La velocidad del centro de la esfera pequeña tiene el mismo valor y sentido que la del punto de contacto de ambas esferas.

Para la esfera de radio $R/9$, se pide:

1. Razonar si el movimiento instantáneo corresponde a una rotación pura, definiendo el eje instantáneo del movimiento que corresponda.

2. Calcular la velocidad angular y la aceleración angular.

3. Calcular la velocidad y aceleración del punto material más alto de dicha esfera.

(Examen final, curso 07/08)

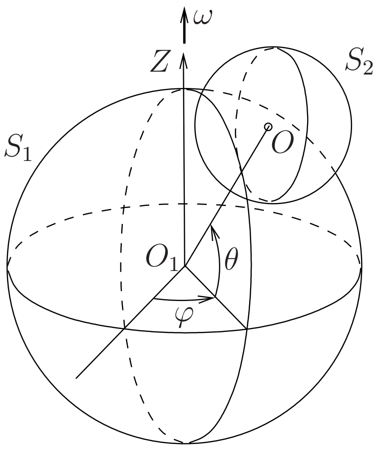
---

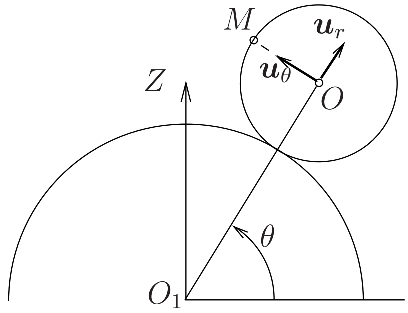
15. Una esfera S_1 de radio R gira alrededor del eje fijo O_1Z con velocidad de rotación ω constante. Además, otra esfera S_2 de radio a rueda y pivota sin deslizar sobre S_1, de forma que su centro O tiene una velocidad absoluta dada por la expresión:

$$\boldsymbol{v}_O = (R+a)\omega(\boldsymbol{u}_\theta + \cos\theta\boldsymbol{u}_\varphi)$$

siendo $\{\boldsymbol{u}_r, \boldsymbol{u}_\varphi, \boldsymbol{u}_\theta\}$ la base ortonormal física en O del sistema de coordenadas esféricas (r, φ, θ). Inicialmente $\theta = 0$ y $\varphi = 0$.

Por último, se sabe que el punto material de la esfera S_2 que en un instante genérico se encuentra en el punto M, definido por $\boldsymbol{OM} = a\boldsymbol{u}_\theta$, tiene una velocidad absoluta contenida en todo momento en el plano meridional definido por $\boldsymbol{u}_r$ y $\boldsymbol{u}_\theta$.





Corte por el plano meridiano O_1OZ

Se pide

1. Expresiones de la velocidad de rotación absoluta, velocidad de pivotamiento y de rodadura de la esfera S_2;
2. Expresión de la velocidad absoluta del punto material de S_2 que en un instante genérico pasa por M;
3. Expresión de la aceleración absoluta del centro O de la esfera S_2.

(Examen parcial, curso 04/05)

---

16. Una placa triangular equilátera ABC, de lado b, se mueve en el espacio respecto de un sistema de referencia fijo $OXYZ$ de forma que:

a) El vértice A recorre un segmento del eje OZ siguiendo la ley $z_A = b \operatorname{sen} \omega t$, siendo ω una constante dada.

b) El vértice B permanece sobre el plano XOY, moviéndose con velocidad de módulo constante. En el momento inicial, está sobre el eje OY.

c) El plano de la placa permanece normal al plano XOY.

Se pide:

1. Demostrar que la velocidad de rotación instantánea tiene módulo constante Ω, cuyo valor se calculará.
2. Demostrar que el vector velocidad de rotación instantánea forma con el eje OZ un ángulo constante ψ, cuyo valor se calculará.
3. Situar el eje helicoidal tangente en un instante genérico.
4. Encontrar la velocidad y aceleración del vértice C en un instante genérico.
5. Encontrar la trayectoria de B.

(Examen parcial y final extraordinario, curso 08/09)
