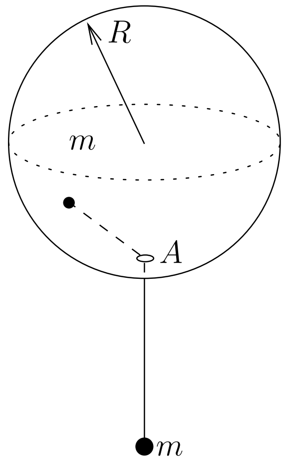
MECÁNICA

25. El sistema de la figura está formado por una esfera fija y lisa de radio R, que tiene un agujero en su punto más bajo A, y por dos masas puntuales pesadas de masa m unidas por un hilo inextensible de longitud $2R$ que pasa por A. Una de las masas se mueve con enlace bilateral sobre la esfera y la otra se mueve colgando del hilo (ver figura). En el instante inicial la partícula que está sobre la esfera se encuentra en el ecuador de la misma con velocidad horizontal v_0, y la otra se encuentra en reposo en la vertical que pasa por A. Se pide:

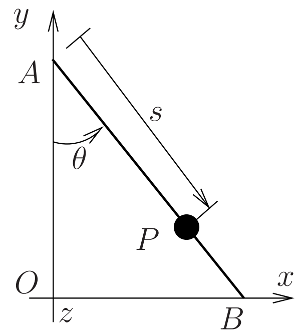


1. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Reacción de la esfera sobre la masa m y tensión del hilo.
3. Valor de v_0 para que la distancia máxima de M al punto A valga R.

(Examen parcial, Curso 2005/2006)

⋆

26. Una varilla AB de masa m y longitud total l se mueve en un plano vertical de forma que el extremo A desliza sobre la vertical y el extremo B desliza sobre una recta horizontal. Asímismo, una partícula P de masa m puede deslizar libremente sobre la varilla sin abandonarla (ver figura adjunta). No existe rozamiento entre ninguna de las partes móviles. En el instante inicial el sistema parte del reposo con $\theta = 30°$ y $s = 0$.



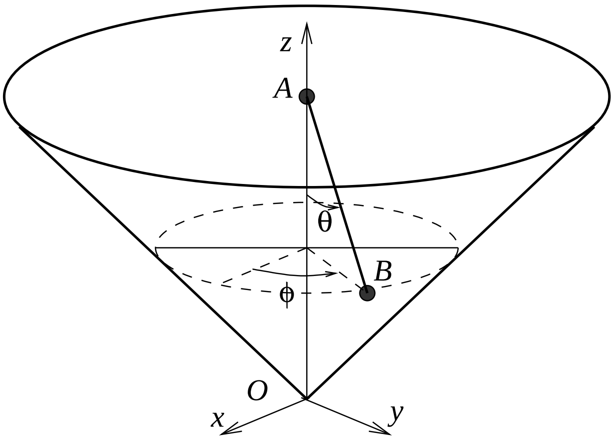
Se pide, en función de s, θ y sus derivadas:

1. Expresión de la velocidad absoluta de la partícula P.
2. Expresión del momento cinético del conjunto varilla+partícula en O.
3. Ecuación del momento cinético en O.
4. Ecuaciones de la cantidad de movimiento de la varilla AB
5. Ecuaciones de la cantidad de movimiento de la partícula P
6. Expresar las ecuaciones del movimiento como dos ecuaciones diferenciales en las que intervengan exclusivamente s, θ y sus derivadas.

Nota: Expresar todas las magnitudes pedidas en el triedro fijo $(Oxyz)$ de la figura.
(Problema puntuable, curso 97/98)

⋆

27. Se considera un sistema rígido formado por dos partículas pesadas A y B de masa m cada una, unidas por una varilla inextensible sin masa de longitud ℓ. La partícula A se mueve sobre el eje Oz vertical, mientras que B permanece sobre un cono fijo de eje Oz y semiángulo $\pi/4$, siendo ambas ligaduras lisas y bilaterales. Para estudiar el movimiento se considerarán las coordenadas (ϕ, θ) de la figura adjunta, tomando como condiciones iniciales $(\phi_0 = 0, \theta_0, \dot{\phi}_0, \dot{\theta}_0 = 0)$.



Se pide:

1. Obtener las ecuaciones de la dinámica que expresan el balance de la cantidad de movimiento del sistema.

2. Obtener las ecuaciones de la dinámica que expresan el balance del momento cinético en O del sistema. Estudiar si se conserva la proyección del mismo respecto de algún eje.

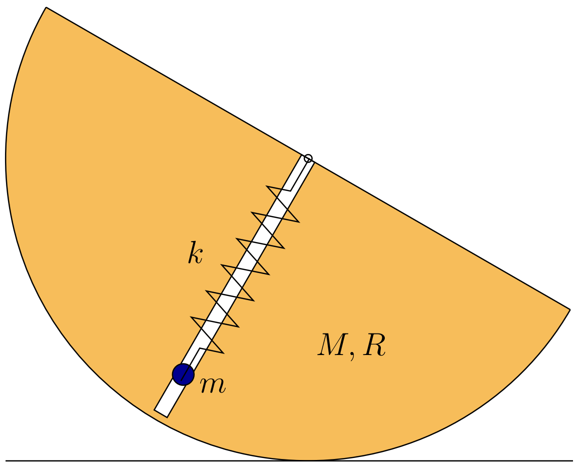
3. Obtener la expresión de la reacción del cono sobre B en función de los grados de libertad y sus derivadas.

4. Razonar si se conserva la energía y obtener en su caso la expresión de la misma.

(Examen parcial, curso 04/05)

---

28. Se considera un semidisco de masa M y radio R que rueda sin deslizar sobre una recta horizontal, estando en todo momento en un plano vertical fijo. En el semidisco hay una ranura lisa siguiendo el radio en la mitad del mismo, que contiene una partícula de masa m unida por un resorte lineal al centro del semidisco, siendo la constante k y la longitud natural $R/2$. Se pide:



1. Definir unas coordenadas adecuadas para estudiar el movimiento e identificar las reacciones tanto internas como externas sobre el sistema.

2. Obtener las ecuaciones de la dinámica (ecuaciones diferenciales de segundo orden) en función de las coordenadas y las reacciones.

3. Eliminar las reacciones para expresar las ecuaciones necesarias y suficientes de la dinámica en función de las coordenadas y sus derivadas tan sólo.

4. Aislar la expresión de las reacciones en función de las coordenadas y sus derivadas.

(Problema puntuable, curso 2009/10)
