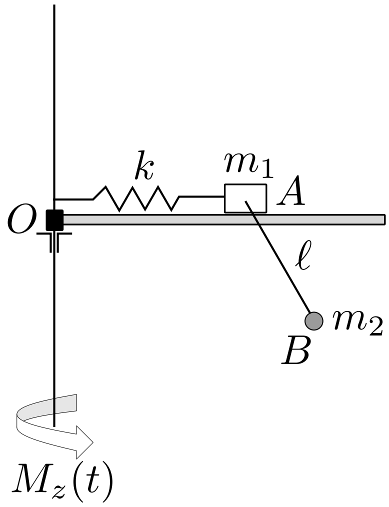
MECÁNICA

33. Una varilla sin masa gira perpendicular a un eje vertical por uno de sus extremos O debido a la acción de un momento variable con el tiempo $M_z(t)$. Sobre la varilla se mueve sin rozamiento una deslizadera A con masa m_1 unida al extremo de la varilla O mediante un muelle de constante k y longitud natural nula. De la deslizadera A cuelga un péndulo de longitud ℓ y masa puntual m_2 en el extremo B. Este péndulo sólo admite oscilaciones en el plano definido por la varilla y su eje de giro vertical.

Para el sistema así definido se pide:



1. Número de grados de libertad y coordenadas generalizadas.
2. Expresiones de la energía cinética y de la energía potencial en función de las coordenadas generalizadas elegidas y sus derivadas.
3. Obtener las fuerzas generalizadas asociadas a las coordenadas generalizadas elegidas. Identificar las componentes conservativas y no conservativas.
4. Ecuaciones diferenciales del movimiento.

(Examen final, curso 2009/2010)

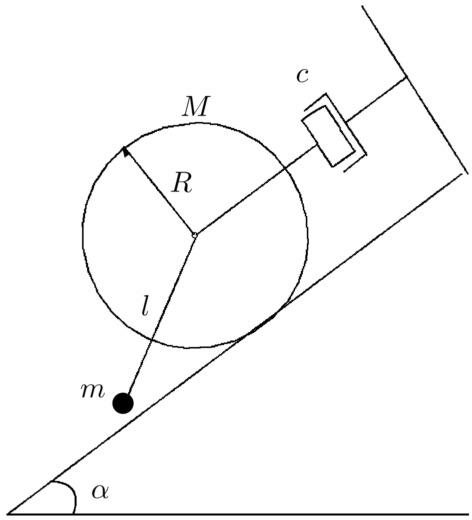
---

34. Un disco de masa M y radio R rueda sin deslizar sobre un plano inclinado un ángulo α respecto de la horizontal. Del centro del disco cuelga un péndulo simple constituido por una varilla sin masa de longitud l con una masa puntual m en su extremo.

El centro del disco está unido a un punto fijo mediante un amortiguador viscoso de constante C que se opone al movimiento con una fuerza proporcional a la velocidad (ver figura).

Para considerar la resistencia del aire, se supone que sobre la masa puntual actúa una fuerza viscosa $\boldsymbol{F} = -cv$, siendo v la velocidad de dicha masa.

Se pide:

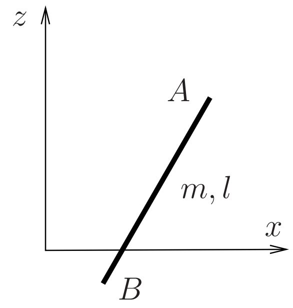


1. Expresión de las fuerzas generalizadas correspondientes a las fuerzas viscosas.
2. Ecuaciones diferenciales del movimiento. Discutir la existencia de integrales primeras.

(Examen parcial, curso 1995/1996)

---

35. Una barra pesada AB de masa m y longitud l se mueve en todo momento contenida en un plano vertical fijo, de forma que las coordenadas (x, z) del extremo A verifican en todo momento la relación $z = x \operatorname{tg} \alpha$, con $\alpha = cte$.



Se pide:

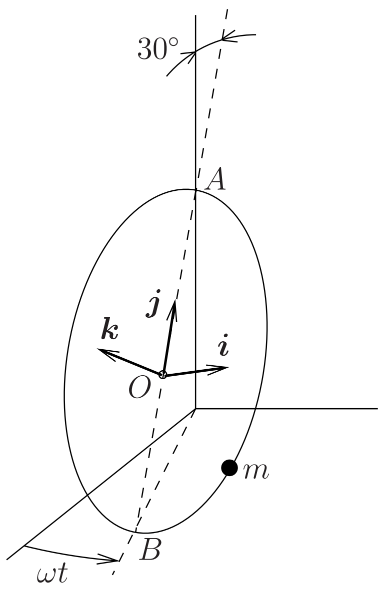
1. Establecer el número de grados de libertad del sistema.
2. Ecuaciones diferenciales que describen el movimiento de la barra.
3. Suponiendo que la barra inicialmente está en reposo, obtener el ángulo que inicialmente debe formar la barra con la vertical para que el movimiento posterior sea una traslación pura.

(Problema puntuable, curso 2002/2003)

---

36. Un aro de radio R se mueve de forma que uno de sus diámetros AB gira alrededor de la vertical con velocidad angular ω constante, siendo el punto A fijo. Además el plano del aro forma en todo momento un ángulo de 30° con la vertical. Una partícula pesada de masa m puede moverse con ligadura bilateral sobre el aro sin que exista fricción.

Por conveniencia se considera un sistema móvil auxiliar ligado al aro $(O; \boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k})$, siendo O el centro del aro, $\boldsymbol{i}$ un versor horizontal, $\boldsymbol{j}$ un versor según OA y $\boldsymbol{k}$ perpendicular a los anteriores formando un triedro a derechas. Se pide:



1. Expresiones de la energía cinética y potencial de la partícula en función de los grados de libertad del sistema y sus derivadas;
2. Obtener mediante el formalismo lagrangiano la ecuación diferencial del movimiento de la partícula en el aro;
3. Discutir, y en su caso expresar, alguna posible integral primera del movimiento, proporcionando además su interpretación física.

(Problema puntuable, curso 2003/2004)
