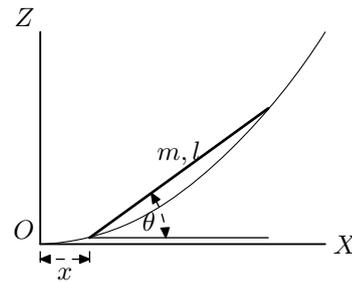


**37.** Una varilla de masa  $m$  y longitud  $l$  se mueve en un plano vertical, de modo que sus dos extremos deslizan por la parábola  $z = x^2$ . Utilizando como parámetros los indicados en la figura.



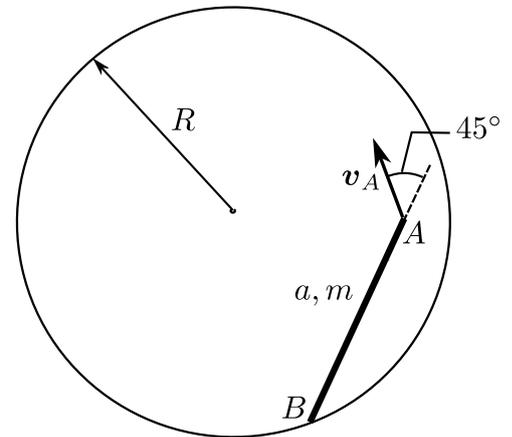
Se pide:

1. Ecuación de restricción que liga los parámetros.
2. Ecuaciones de Lagrange del movimiento, utilizando la técnica de los multiplicadores.

*(Problema de prácticas, curso 2009/2010)*

★

**38.** Una varilla  $AB$  pesada de masa  $m$  y longitud  $a$  se mueve contenida en todo momento en un plano vertical fijo, de forma que  $B$  desliza sobre una circunferencia vertical fija y lisa de radio  $R$  y la velocidad del extremo  $A$  siempre forma  $45^\circ$  con la varilla.



Se pide:

1. Elegir justificadamente un conjunto de parámetros que representen los grados de libertad del sistema, unos parámetros que representen la configuración del sistema, y expresar en función de ellos la ecuación de ligadura asociada a la restricción de la velocidad de  $A$ .
2. Obtener la Lagrangiana del sistema.
3. Obtener las ecuaciones del movimiento del sistema.

*(Examen parcial, curso 2009/2010)*

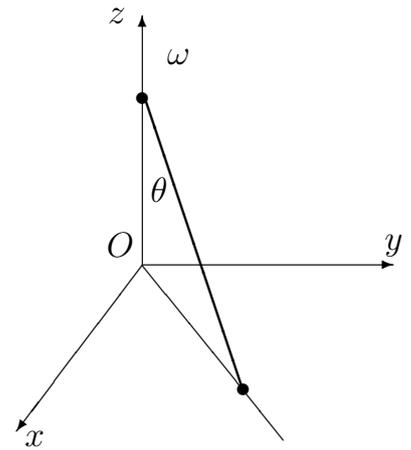
★

**39.** Sea una varilla sin masa, de longitud  $2a$ , con sendas masas puntuales en los extremos de valor  $m$ , que están obligados a moverse sobre sendas rectas, una vertical y otra horizontal, cortándose ambas en un punto  $O$ . Al plano que contiene ambas rectas se le obliga a girar con una velocidad angular constante  $\omega$  alrededor de la recta vertical.

Sea  $\theta$  el ángulo que forma la barra con la recta vertical.

Se pide:

1. Discutir la existencia de integrales primeras del movimiento.
2. Si cuando  $\theta = \pi/2$ ,  $\dot{\theta} = \omega$ , expresar el valor de  $\dot{\theta}$  a lo largo del movimiento.
3. Obtener las reacciones sobre los extremos de la varilla en un instante genérico.



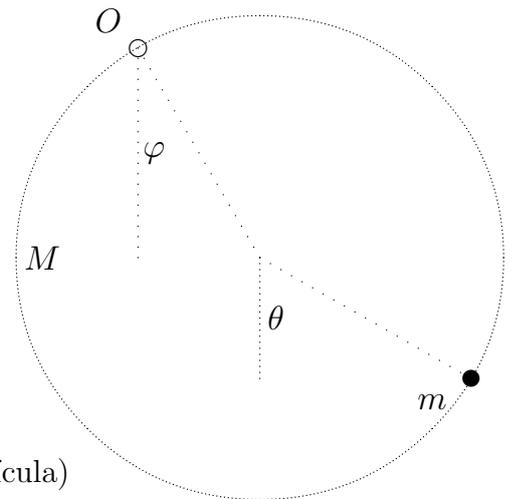
(Examen parcial, curso 2009/2010)

★

**40.** Un aro homogéneo de masa  $m$  y radio  $r$  cuelga de un punto fijo  $O$  de su perímetro, oscilando en un plano vertical. A su vez, sobre el aro está situada una partícula de masa  $m$  con ligadura bilateral, pudiendo deslizar a lo largo del mismo sin resistencias pasivas. Se pide:

- a. Ecuaciones del movimiento.
- b. Calcular la reacción del aro sobre la partícula

(sugerencia: emplear multiplicadores de Lagrange para imponer la ligadura bilateral de la partícula)



★