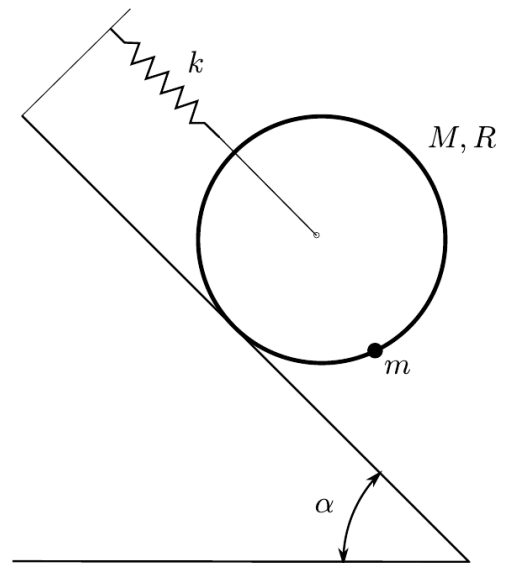


61. Un disco pesado de masa M y radio R se mueve dentro de un plano vertical fijo rodando sin deslizar sobre una recta que forma un ángulo α con la horizontal. El centro del disco se encuentra unido mediante un resorte de longitud natural nula y constante k a un punto fijo que se encuentra a una distancia R sobre la recta. Además, una partícula pesada de masa m se mueve en el borde del disco con ligadura bilateral lisa. Se pide:

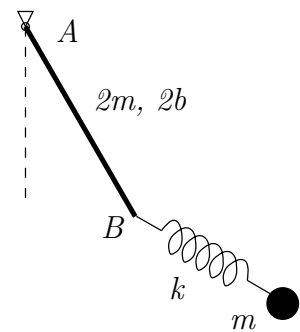


1. Determinar todas las posiciones de equilibrio del sistema y discutir su estabilidad.
2. Obtener las ecuaciones correspondientes a la dinámica de los pequeños movimientos alrededor de la posición de equilibrio estable.
3. Obtener las frecuencias propias de vibración del sistema para el caso en que $\alpha = 45^\circ$, $M = m/3$ y $k = mg/(2R)$

(Examen parcial, curso 2009/2010)

★

62. Una partícula de masa m está unida al extremo de un hilo elástico, de longitud natural b y constante $k = 3mg/b$, cuyo otro extremo va unido al extremo B de una barra homogénea AB , de masa $2m$ y longitud $2b$, cuyo extremo A está fijo. El conjunto puede moverse en un plano vertical.



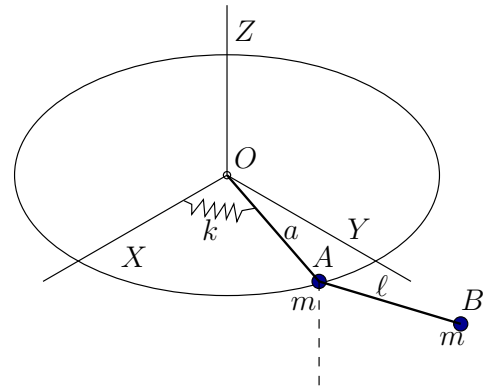
Se pide:

1. Ecuaciones generales de la dinámica del sistema y su linealización para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable.
2. Frecuencias propias del sistema y modos normales de vibración.
3. Expresión de las coordenadas normales.

(Examen final, curso 2003/2004)

★

63. Se considera un sistema formado por dos varillas rígidas OA y AB de masa despreciable y longitudes a y ℓ respectivamente, con masas puntuales m en los extremos A y B . El punto O es fijo, mientras que A se mantiene en un plano horizontal por O , pudiendo girar la varilla en dicho plano bajo la acción de un resorte torsional que produce un momento proporcional al ángulo girado por OA respecto a OX , con constante de proporcionalidad $k = 2mga^2/\ell$. La varilla AB oscila libremente dentro de un plano vertical móvil perpendicular a OA , sometida a su peso. Se pide:



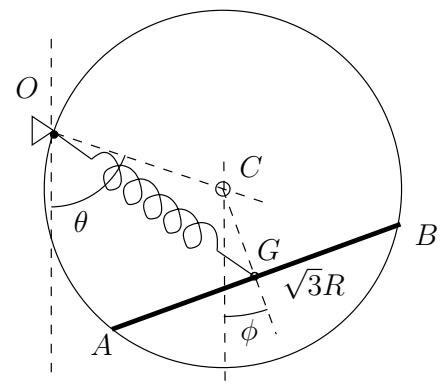
1. Obtener las expresiones de las energías cinética y potencial en función de los grados de libertad.
2. Ecuaciones de la dinámica linealizadas para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable.
3. Frecuencias propias y modos normales de vibración (no es necesario normalizar respecto de la matriz de masas).
4. El sistema se somete a un movimiento sísmico en dirección del eje horizontal OY , de amplitud $y = b \sin \Omega t$, siendo $\Omega^2 = 2g/\ell$. Admitiendo la misma hipótesis de pequeñas oscilaciones, obtener el movimiento en régimen permanente (suponiendo un pequeño amortiguamiento inevitable).

(Examen final, curso 2007/2008)

★

64. El sistema material de la figura, contenido en un plano vertical, está formado por un aro homogéneo de masa m y radio R , y por una varilla homogénea AB de longitud $\sqrt{3}R$ y masa $8m$. El aro puede girar libremente respecto de un punto fijo O , mientras que la varilla puede deslizarse sin rozamiento sobre el aro. El centro de gravedad G de la varilla se une al punto O mediante un muelle de longitud natural nula y constante $k = 2mg/R$.

Se pide:



1. Comprobar que existe una posición de equilibrio estable del sistema en $\theta = \phi = 0$ para el valor de k dado.
2. Obtener las ecuaciones diferenciales del movimiento para pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable, calculando las matrices de masas y rigideces del sistema.
3. Calcular las frecuencias propias y los modos normales de vibración correspondientes.

(Examen parcial, curso 2006/2007)

★