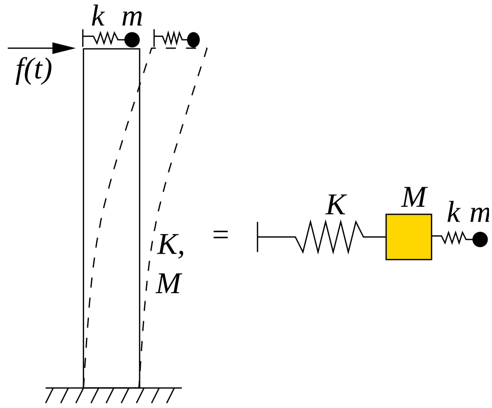
MECÁNICA



65. Una torre de gran altura manifiesta cierta flexibilidad frente a las acciones del viento, pudiendo considerarse equivalente a una masa puntual M con un resorte horizontal de rigidez K. Para reducir las oscilaciones se instala en el nivel superior de la torre un oscilador armónico horizontal de masa $m = \epsilon M$ y rigidez $k = \epsilon K$. Se pide:

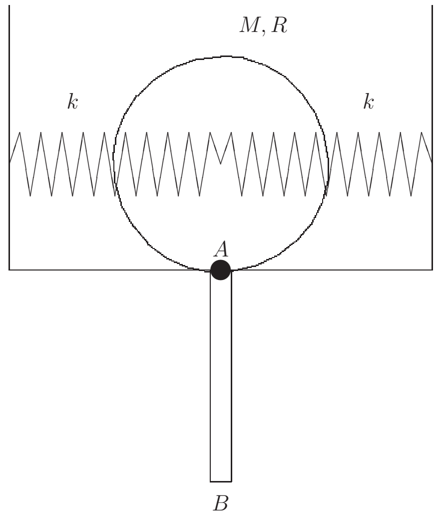
1. Ecuaciones diferenciales del movimiento del sistema, suponiendo pequeñas oscilaciones, así como las matrices de masa y rigidez.

2. Frecuencias propias del sistema, dejándolas expresadas en función de $\omega_0^2 = K/M = k/m$, tomando el valor $\epsilon = 1/10$.

3. Modos normales de vibración así como la expresión que relaciona las coordenadas normales con las coordenadas geométricas inicialmente consideradas.

4. La acción del viento se puede suponer como una fuerza horizontal armónica $f(t) = b \operatorname{sen} \Omega t$. Obtener la solución para las amplitudes modales (coordenadas normales) en el régimen permanente (suponiendo un pequeño amortiguamiento inevitable). Particularizar para el caso concreto $\Omega = \omega_0$ y discutir la diferencia entre la respuesta de la torre con y sin el oscilador armónico instalado.

(Examen parcial, curso 2002-03)



66. En el sistema de la figura, el disco de masa M y radio R rueda sin deslizar sobre el suelo horizontal, sometido a la acción de dos resortes de rigidez k y longitud natural l_0. A su vez, en el punto A va articulada una varilla AB de longitud $2R$ y masa M.

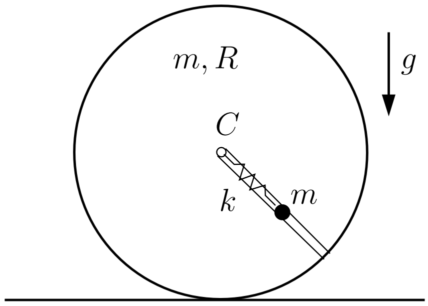
Se pide:

1. Ecuaciones diferenciales del movimiento.

2. Linealización para pequeñas oscilaciones.

3. Si $k = Mg/R$, obtener las frecuencias propias y los modos normales de oscilación.

67. Un disco de masa m y radio R rueda sin deslizar sobre un eje horizontal, manteniéndose vertical en todo instante. Según un radio del disco existe una ranura lisa, en la cual puede moverse una masa de igual valor m sujeta al centro del disco por un resorte lineal de constante $k = mg/2R$ y longitud natural nula.
Se pide:



1. Ecuaciones diferenciales que definen la dinámica;
2. Definir la posición de equilibrio estable del sistema y obtener las frecuencias propias para pequeñas oscilaciones respecto de la misma.

(Examen Parcial, 7/06/ 2002)

⋆

68. Se monta un cilindro uniforme de radio a y densidad ρ de manera que puede girar libremente alrededor de un eje vertical. Sobre su superficie lateral está fija rígidamente una pista helicoidal de paso p a lo largo de la cual puede deslizar sin rozamiento un punto material de masa m. Supongamos que una partícula parte del reposo en la parte superior del cilindro y desliza bajo la influencia de la gravedad. Deducir la Hamiltoniana del sistema y estudiar el movimiento del mismo.

⋆