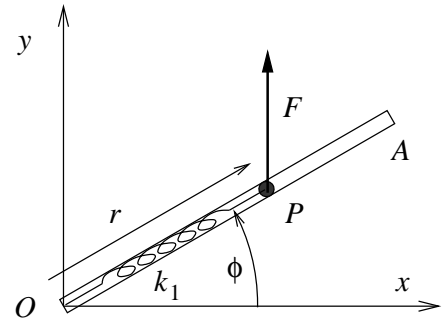


69. El sistema material de la figura, situado en un plano horizontal Oxy , está compuesto por:

- a) varilla OA de longitud a , articulada en el punto fijo O ;
- b) punto material P que desliza libremente por la varilla.

El punto P está unido a O mediante un resorte elástico de longitud natural nula y constante k_1 . Adicionalmente, actúa sobre P una fuerza de valor constante F en la dirección del eje y . Sobre la varilla actúa una fuerza atractiva por unidad de longitud de la misma desde el eje Ox , proporcional al cuadrado de la distancia con constante k_2 . Es decir, para un elemento de longitud $d\xi$ esta fuerza vale

$$d\mathbf{f} = -k_2 y(\xi)^2 d\xi \mathbf{j}.$$



Se admitirá que la barra permanece en el cuadrante Ox^+y^+ , es decir $0 \leq \phi \leq \pi/2$.

Se pide:

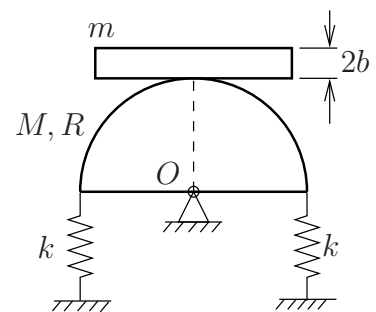
1. Ecuaciones que definen las condiciones de equilibrio.
2. Obtener las posiciones de equilibrio para los valores $k_1 = 8F/a$, $k_2 = F/a^3$.
3. Reacción de la varilla sobre la partícula para las posiciones de equilibrio que cumplan $0 < \phi < \pi/2$.
4. Estudiar la estabilidad de todas las posiciones de equilibrio obtenidas en el punto 2.

(Examen final, curso 2004-05)

★

70. El sistema plano de la figura representa un semidisco homogéneo de masa M y radio R , que puede girar libremente alrededor de su centro O . Sobre el semidisco se apoya simétricamente una barra de masa m y espesor $2b$, de forma que puede rodar sin deslizar sobre el mismo. Además existen dos resortes verticales de constante k y elongación natural nula que rigidizan el sistema.

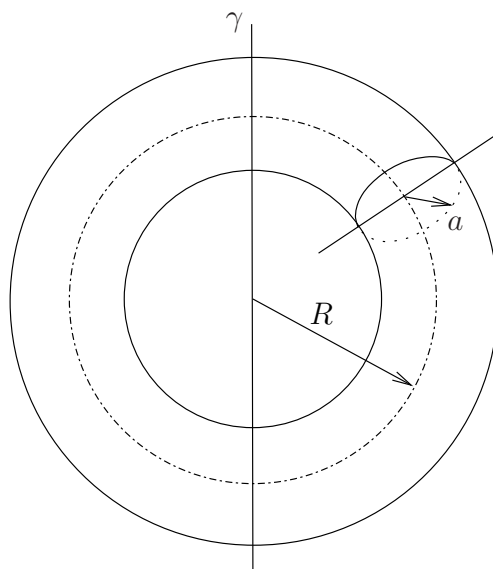
Estudiar la estabilidad de la placa en esa posición de equilibrio y establecer la relación entre k , las masas y otros parámetros geométricos para que el equilibrio sea estable.



(Examen final, curso 2001/2002)

★

71. Una partícula pesada de masa m está obligada a moverse con ligadura bilateral lisa sobre una superficie toroidal cuya directriz es una circunferencia vertical fija de radio R , y su generatriz una circunferencia de radio a . Además del peso, sobre la partícula actúa una fuerza de repulsión proporcional a su masa y a su distancia a la recta vertical fija γ que pasa por el centro del toro, siendo $\beta > 0$ la constante de proporcionalidad.



Se pide:

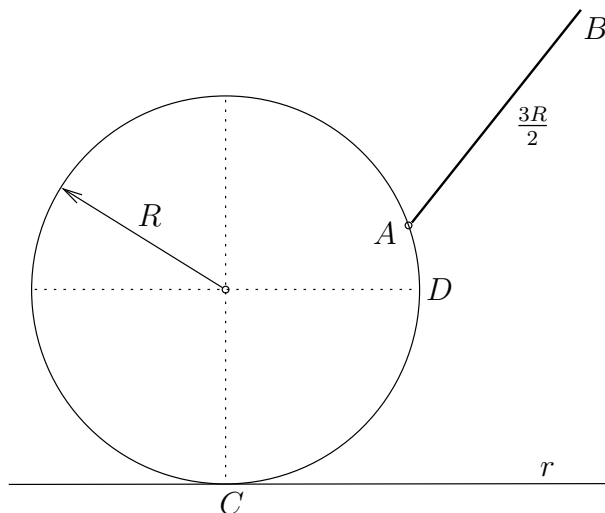
1. Obtener la expresión del potencial de las fuerzas aplicadas sobre la partícula;
2. Calcular todas las posiciones de equilibrio de la partícula en función del valor de β .

(Examen Parcial, curso 2007-08)

★

72. Una varilla AB pesada de masa m y longitud $3R/2$ se mueve contenida en todo momento en un plano vertical fijo, de forma que su extremo A puede deslizarse sobre una circunferencia fija de radio R en el mismo plano con ligadura bilateral lisa. Además del peso, actúa sobre la varilla una fuerza repulsiva distribuida proporcional a la masa y a la distancia que separa cada punto de la recta horizontal fija r .

Llamando y a dicha distancia, para cada elemento de masa esta fuerza vale $df = ky dm$, siendo la constante $k = \frac{2g}{3R}$.



Se pide:

1. Obtener todas las posiciones de equilibrio de la varilla;
2. Discutir la estabilidad de las posiciones de equilibrio en las que A se encuentra en algún punto perteneciente al cuadrante inferior derecho (arco CD) de la circunferencia.

(Examen final, curso 2004/2005)

★