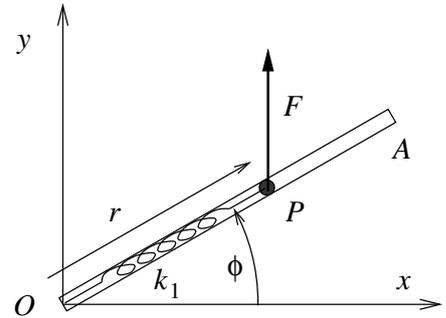


69. El sistema material de la figura, situado en un plano horizontal  $Oxy$ , está compuesto por:

- a) varilla  $OA$  de longitud  $a$ , articulada en el punto fijo  $O$ ;
- b) punto material  $P$  que desliza libremente por la varilla.

El punto  $P$  está unido a  $O$  mediante un resorte elástico de longitud natural nula y constante  $k_1$ . Adicionalmente, actúa sobre  $P$  una fuerza de valor constante  $F$  en la dirección del eje  $y$ . Sobre la varilla actúa una fuerza atractiva por unidad de longitud de la misma desde el eje  $Ox$ , proporcional al cuadrado de la distancia con constante  $k_2$ . Es decir, para un elemento de longitud  $d\xi$  esta fuerza vale

$$d\mathbf{f} = -k_2 y(\xi)^2 d\xi \mathbf{j}.$$



Se admitirá que la barra permanece en el cuadrante  $Ox^+y^+$ , es decir  $0 \leq \phi \leq \pi/2$ .

Se pide:

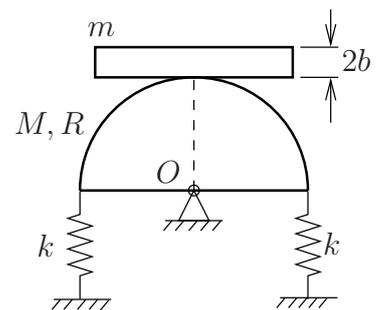
1. Ecuaciones que definen las condiciones de equilibrio.
2. Obtener las posiciones de equilibrio para los valores  $k_1 = 8F/a$ ,  $k_2 = F/a^3$ .
3. Reacción de la varilla sobre la partícula para las posiciones de equilibrio que cumplan  $0 < \phi < \pi/2$ .
4. Estudiar la estabilidad de todas las posiciones de equilibrio obtenidas en el punto 2.

(Examen final, curso 2004-05)

★

70. El sistema plano de la figura representa un semidisco homogéneo de masa  $M$  y radio  $R$ , que puede girar libremente alrededor de su centro  $O$ . Sobre el semidisco se apoya simétricamente una barra de masa  $m$  y espesor  $2b$ , de forma que puede rodar sin deslizar sobre el mismo. Además existen dos resortes verticales de constante  $k$  y elongación natural nula que rigidizan el sistema.

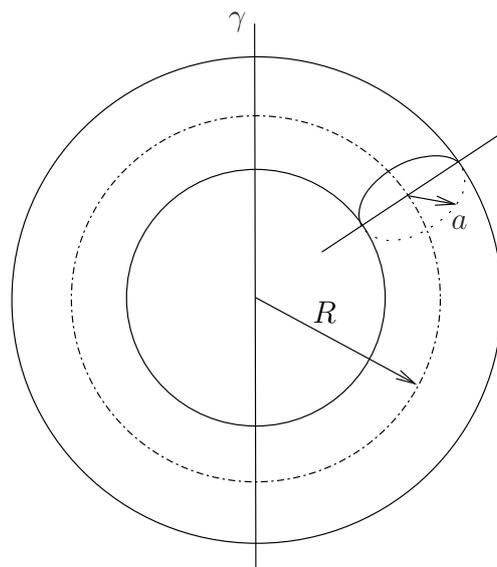
Estudiar la estabilidad de la placa en esa posición de equilibrio y establecer la relación entre  $k$ , las masas y otros parámetros geométricos para que el equilibrio sea estable.



(Examen final, curso 2001/2002)

★

**71.** Una partícula pesada de masa  $m$  está obligada a moverse con ligadura bilateral lisa sobre una superficie toroidal cuya directriz es una circunferencia vertical fija de radio  $R$ , y su generatriz una circunferencia de radio  $a$ . Además del peso, sobre la partícula actúa una fuerza de repulsión proporcional a su masa y a su distancia a la recta vertical fija  $\gamma$  que pasa por el centro del toro, siendo  $\beta > 0$  la constante de proporcionalidad.



Se pide:

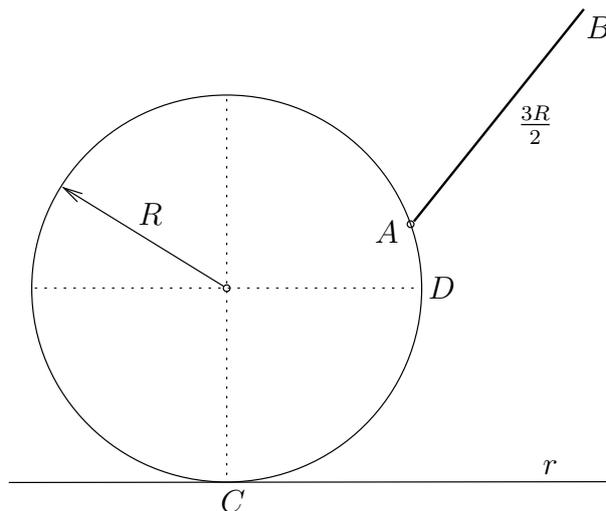
1. Obtener la expresión del potencial de las fuerzas aplicadas sobre la partícula;
2. Calcular todas las posiciones de equilibrio de la partícula en función del valor de  $\beta$ .

(Examen Parcial, curso 2007-08)

★

**72.** Una varilla  $AB$  pesada de masa  $m$  y longitud  $3R/2$  se mueve contenida en todo momento en un plano vertical fijo, de forma que su extremo  $A$  puede deslizarse sobre una circunferencia fija de radio  $R$  en el mismo plano con ligadura bilateral lisa. Además del peso, actúa sobre la varilla una fuerza repulsiva distribuida proporcional a la masa y a la distancia que separa cada punto de la recta horizontal fija  $r$ .

Llamando  $y$  a dicha distancia, para cada elemento de masa esta fuerza vale  $df = ky dm$ , siendo la constante  $k = \frac{2g}{3R}$ .



Se pide:

1. Obtener todas las posiciones de equilibrio de la varilla;
2. Discutir la estabilidad de las posiciones de equilibrio en las que  $A$  se encuentra en algún punto perteneciente al cuadrante inferior derecho (arco  $CD$ ) de la circunferencia.

(Examen final, curso 2004/2005)

★