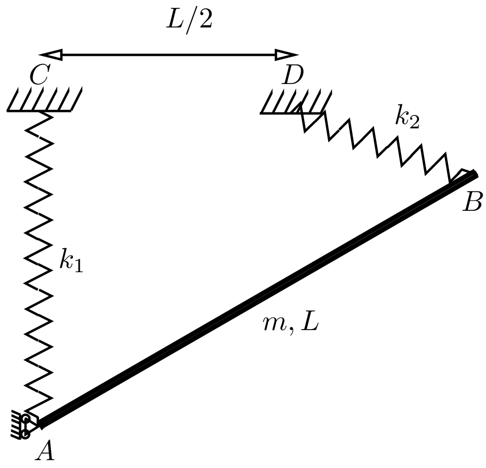
MECÁNICA

61. Se considera el sistema mecánico de la figura, formado por una varilla pesada de masa m y longitud L, unida por sus extremos A y B a dos muelles de longitud natural nula y constantes elásticas k_1 y k_2 respectivamente. A su vez los muelles están unidos a sendos puntos fijos C y D situados a la misma altura y separados $L/2$. El extremo A está obligado a moverse únicamente sobre la recta vertical bajo C, mientras que la varilla permanece en todo instante en el plano vertical fijo que contiene a CD. Para el caso en que $k_2 = 2k_1$ se pide:



1. Valor de k_1 para que la posición en la que la varilla forma $60°$ con la horizontal, estando B por encima de A, sea de equilibrio.

2. Ecuaciones diferenciales del movimiento.

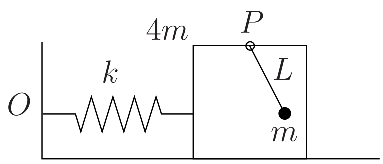
3. Para las pequeñas oscilaciones en torno a la posición de equilibrio determinada en el primer apartado:

   a) Ecuaciones diferenciales del movimiento linealizadas
   b) Frecuencias propias
   c) Expresión de las coordenadas normales en función de los grados de libertad considerados.

(Examen Parcial, curso 2002/2003)

⋆

62. Un péndulo simple, constituído por una masa m que cuelga de un hilo sin masa de longitud L, está suspendido de un punto P de una caja hueca de masa $4m$. La caja, a su vez, está unida a un punto fijo O a través de un resorte de constante k, y se mueve en todo momento sobre una recta horizontal fija y lisa.



Se pide:

1. Obtener las matrices de masa y rigidez, correspondientes a los pequeños movimientos alrededor de la posición de equilibrio estable, directamente a partir de las expresiones de la energía cinética T y el potencial de las fuerzas activas V en una posición genérica;

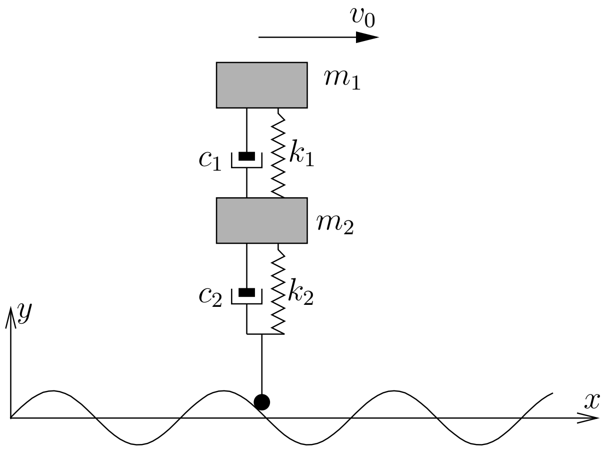
2. Obtener las mismas matrices linealizando las correspondientes ecuaciones de Lagrange para pequeñas oscilaciones;

3. Obtener las frecuencias propias de oscilación y las coordenadas normales para el caso $k/m = 6g/L$.

(Problema puntuable, curso 2002/2003)

⋆

63. Para analizar el comportamiento dinámico de un vehículo se hace un modelo como el de la figura formado por dos masas suspendidas m_1 y m_2 que pueden oscilar únicamente en dirección vertical. Las suspensiones primaria y secundaria del vehículo se representan mediante amortiguadores y muelles lineales de constantes c_2, k_2 y c_1, k_1, respectivamente (ver figura). El vehículo recorre con velocidad horizontal constante v_0 una carretera representada por la senoide $y = A\,\mathrm{sen}(x/\lambda)$. Se pide:

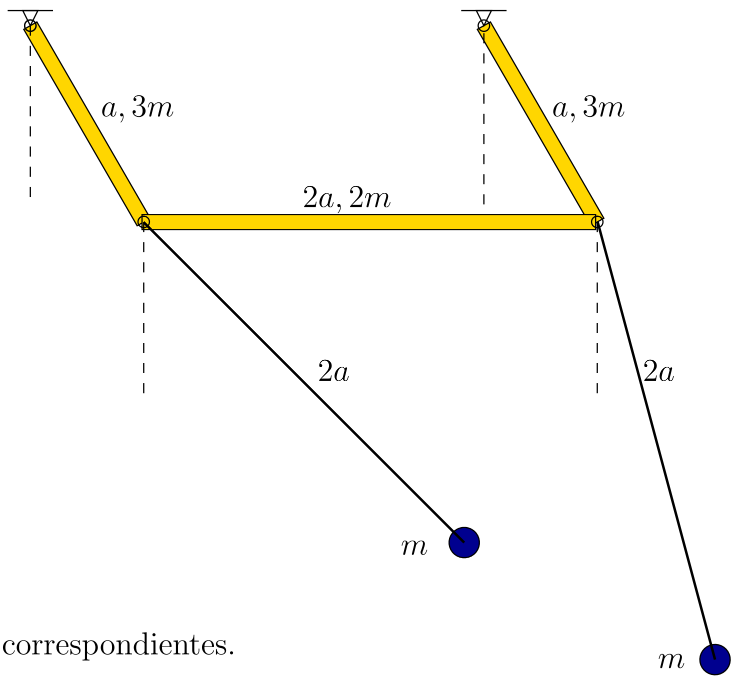


1. Ecuaciones diferenciales del movimiento.
2. Para los valores numéricos $m_1 = 8000$ kg, $m_2 = 2000$ kg, $k_1 = 2{\cdot}10^6$ N/m, $k_2 = 5{\cdot}10^6$ N/m, obtener:
   a) Frecuencias propias y modos de oscilación del vehículo.
   b) Suponiendo que las constantes de amortiguación son pequeñas ($c_1 = c_2 \approx 0$) pero suficientes para que se alcance un movimiento de régimen permanente al cabo del tiempo, obtener dicho movimiento cuando v_0/λ es el 90 % de la menor frecuencia propia del vehículo.

(Examen Parcial y final, curso 2004/2005)

⋆

64. Se considera el sistema de la figura, formado por dos varillas iguales de longitud a y masa $3m$ articuladas en sendos puntos fijos, a la misma altura y distantes $2a$, junto con una tercera varilla de masa $2m$ y longitud $2a$ articulada en los extremos libres. A su vez de estos extremos cuelgan sendos péndulos simples de longitud $2a$ y masa puntual m. El movimiento del conjunto se desarrolla en un plano vertical. Se pide:



1. Obtener las expresiones de la energía cinética y potencial en función de los grados de libertad y sus derivadas.
2. Para el caso de pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio estable, calcular a partir de las expresiones anteriores las matrices de masa y rigidez correspondientes.

   [resume]Calcular las frecuencias propias y los modos normales de vibración asociados. Expresar la matriz modal que relaciona las coordenadas normales con las geométricas.

(Examen Parcial, curso 2005/2006)

⋆