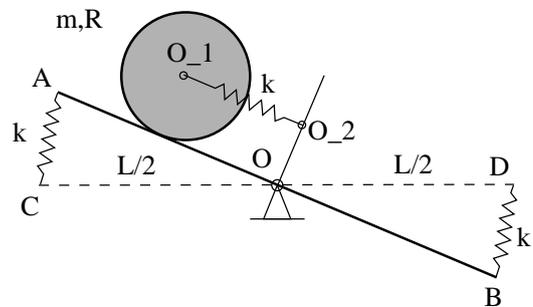


69. Un sistema está formado por dos partículas A y B de masa m . La partícula A se encuentra en el extremo de una varilla de masa despreciable de longitud a que se mueve en un plano vertical fijo, y cuyo otro extremo O está fijo. La partícula B se mueve a lo largo de la varilla unida a la otra mediante un resorte de constante k y longitud natural $b < a/2$. Se pide:

1. Calcular todas las posiciones de equilibrio del sistema, y el valor mínimo de k para que en todas ellas se verifiquen las condiciones del enunciado (es decir, que la partícula B se encuentre en la varilla, en una posición intermedia entre O y A).
2. Estudiar la estabilidad de todas las posiciones de equilibrio.

★

70. Una barra de longitud $L = 2R\sqrt{2}$ y masa $M = 3m$ puede girar libremente alrededor de su punto central fijo O . Sobre esta barra rueda sin deslizar un disco de masa m y radio R . Los extremos A y B están unidos mediante sendos resortes iguales de constante k a dos puntos fijos C y D , equidistantes una distancia $L/2$ de O (ver figura adjunta).



Además, el centro O_1 del disco está unido a un punto O_2 , situado siempre a una altura R sobre el centro de la barra, mediante otro resorte de constante k . Todos los resortes tienen longitud natural nula, y el sistema se mueve siempre contenido en un plano vertical fijo. Además, se considera que el anclaje del punto O_2 no interfiere en el movimiento del disco.

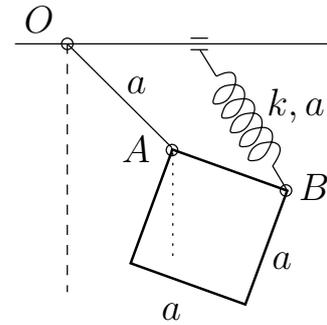
Se pide:

1. Discutir la existencia de posiciones de equilibrio en función del valor de k .
2. Discutir la estabilidad de las posiciones de equilibrio para $k = mg/(2R)$.

(Examen final extraordinario, curso 1999/2000)

★

71. Una placa cuadrada de masa m y lado a se articula en un vértice A a un punto fijo O a través de una barra rígida de masa despreciable y longitud a , tal y como se muestra en la figura adjunta. En otro vértice B de la placa se articula un resorte de constante k y longitud natural a cuyo extremo opuesto desliza sobre una recta horizontal lisa que pasa por O .



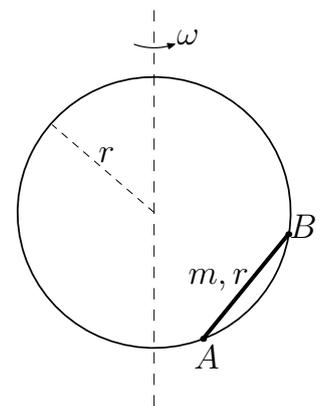
Se pide:

1. Expresión de la energía potencial del sistema..
2. Discutir la existencia de posiciones de equilibrio en función del valor de k . Plantear las ecuaciones que permitirían su cálculo y realizar éste cuando sea posible de forma analítica.
3. Discutir la estabilidad de las posiciones de equilibrio previamente calculadas en el caso que $k = mg/a$.

(Problema puntuable, curso 1999/2000)

★

72. Un aro de radio r gira alrededor de su diámetro vertical fijo, con velocidad angular ω constante. Una varilla pesada de masa m y longitud r se mueve de manera que sus extremos A y B permanecen en el aro con ligadura bilateral lisa. Se pide:



1. Encontrar las posibles posiciones de equilibrio relativo de la varilla respecto de un sistema de referencia que acompañe en su movimiento al aro, discutiendo su existencia en función de los valores de ω .
2. Analizar la estabilidad de dichas posiciones de equilibrio relativo en función de los valores de ω .

(Examen final extraordinario, curso 2002/2003)

★