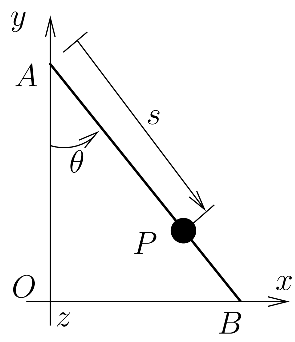
COMPLEMENTOS DE MECÁNICA

Práctica nº 3

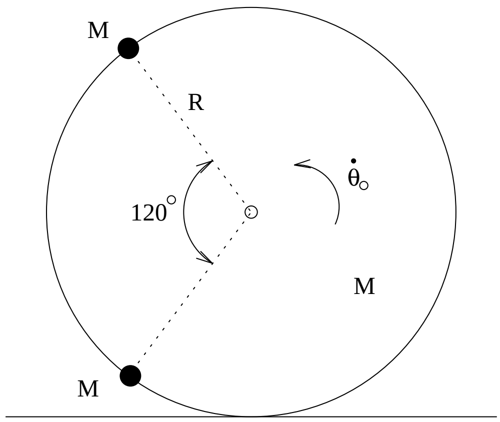
curso 2002-2003



11. Una varilla AB de masa m y longitud total l se mueve en un plano vertical de forma que el extremo A desliza sobre la vertical y el extremo B desliza sobre una recta horizontal. Asímismo, una partícula P de masa m puede deslizar libremente sobre la varilla sin abandonarla (ver figura adjunta). No existe rozamiento entre ninguna de las partes móviles. En el instante inicial el sistema parte del reposo con $\theta = 30°$ y $s = 0$.
Se pide, en función de s, θ y sus derivadas:

1. Expresión de la velocidad absoluta de la partícula P.
2. Expresión del momento cinético del conjunto varilla+partícula en O.
3. Ecuación del momento cinético en O.
4. Ecuaciones de la cantidad de movimiento de la varilla AB
5. Ecuaciones de la cantidad de movimiento de la partícula P
6. Expresar las ecuaciones del movimiento como dos ecuaciones diferenciales en las que intervengan exclusivamente s, θ y sus derivadas.

Nota: Expresar todas las magnitudes pedidas en el triedro fijo ($Oxyz$) de la figura.



12. Un disco homogéneo de masa M y radio R rueda sin deslizar sobre una recta horizontal, manteniéndose en un plano vertical. En el perímetro del disco y a 120° están situadas dos masas puntuales M, de forma que no estorban la rodadura. En un instante dado el conjunto está situado con las dos masas puntuales en una misma vertical (ver figura), y con velocidad angular $\dot{\theta}_0$.

Para este instante se pide:

1. Ecuaciones diferenciales del movimiento que resultan de aplicar los teoremas de cantidad de movimiento y momento cinético al sistema conjunto en función de $\ddot{\theta}$ y de la reacción del enlace debido a la recta.

2. Eliminar la reacción del enlace para obtener una única ecuación diferencial en $\ddot{\theta}$.

3. Obtener las componentes de la reacción.

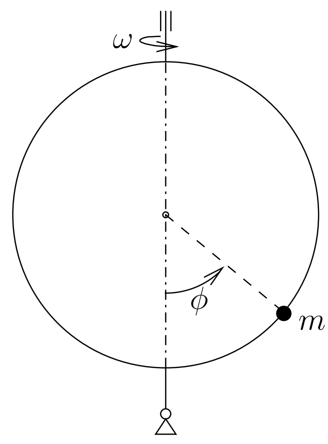
4. Valor mínimo del coeficiente de rozamiento entre disco y recta para que no se produzca deslizamiento.

13. Una granada que se mueve por el aire se rompe en dos partes de masas m_1 y m_2 por la acción de su carga explosiva (de masa despreciable), incrementando la energía total de los fragmentos en E. Se pide:

1. Expresar la energía E en *función* de las velocidades de los fragmentos relativas al centro de masa, en el instante inmediatamente posterior a la explosión.

2. Calcular la velocidad relativa entre los fragmentos, en dicho instante.

14. Una partícula de masa m se halla ensartada en un aro circular de radio R, pudiendo deslizar libremente sobre él, sometida a su propio peso. A su vez, al aro se le comunica un movimiento impuesto de rotación respecto a un diámetro vertical, con velocidad angular constante ω. Se pide:



1. Expresar la ecuación diferencial del movimiento, en función de la posición de la partícula sobre el aro;

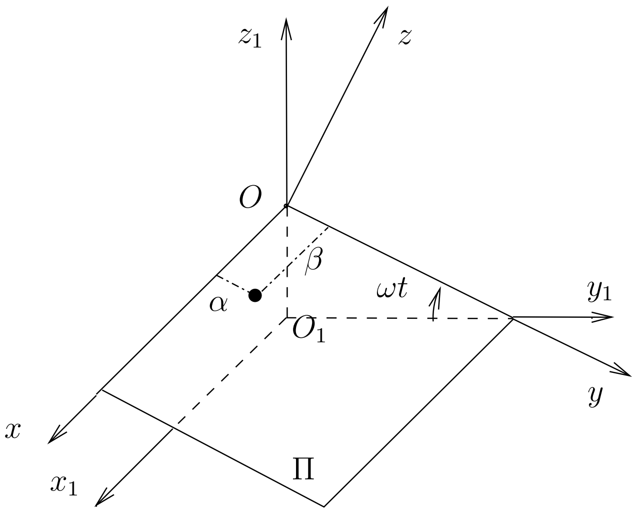
2. Teniendo en cuenta que el sistema de referencia relativo al aro no es inercial, expresar las fuerzas de inercia de arrastre y de Coriolis;

3. Demostrar que la fuerza de inercia de arrastre proviene de un potencial y calcularlo;

4. Obtener una integral primera del movimiento;

5. Expresar la energía total $(T + V)$ de la partícula. ¿se conserva?

15. Un plano liso Π se mueve respecto a un triedro fijo $O_1x_1y_1z_1$ con velocidad angular constante $\boldsymbol{\omega}$ de tal forma que dos rectas paralelas del mismo que están separadas por una distancia a deslizan respectivamente por los planos $O_1x_1y_1$, $O_1x_1z_1$ como se indica en la figura.
Sobre el plano Π se mueve sin rozamiento un punto pesado M de masa m, siendo α y β las distancias que los separan en un instante genérico de las rectas Ox, Oy. Se pide:



1. Plantear las ecuaciones diferenciales del movimiento respecto de un observador ligado a la placa.
2. Integrar completamente las ecuaciones anteriores suponiendo que en el instante inicial el punto M se encuentra en el origen de coordenadas con una velocidad relativa que forma un ángulo φ con la recta Ox.
3. Calcular la reacción entre el punto y el plano.