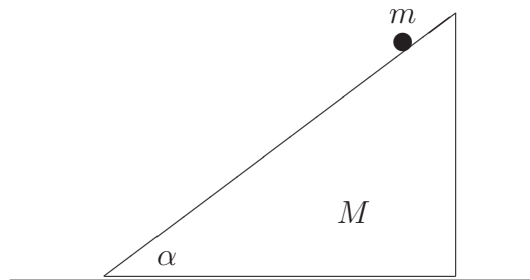


COMPLEMENTOS DE MECÁNICA

Práctica nº 5

curso 2002-2003

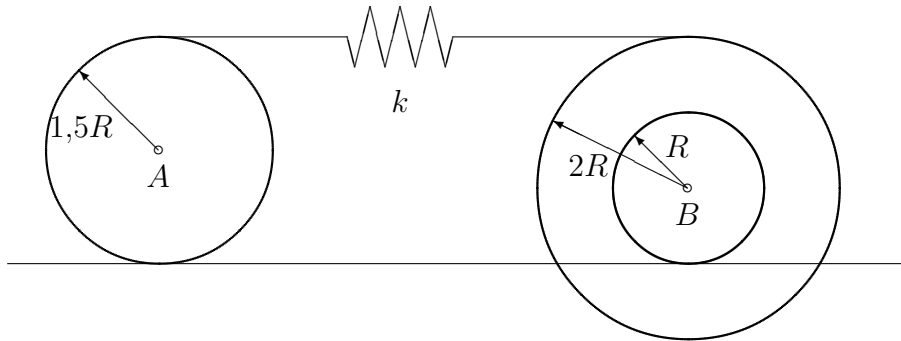
21. Una cuña de masa M y ángulo α reposa sobre un plano horizontal liso. Sobre la cara inclinada de la cuña está situada una partícula de masa m , pudiendo deslizar sin rozamiento sobre la misma. Todo el conjunto está en un plano vertical, sometido a la acción de la gravedad terrestre. Se pide:



- Ecuaciones de Lagrange del movimiento.
 - Integrales primeras. En el caso de existir coordenadas cíclicas, eliminarlas de las ecuaciones.
 - La partícula se deja partiendo del reposo sobre la cuña, a una altura h sobre el plano horizontal. Calcular el ángulo α necesario para que el tiempo que tarda en llegar abajo sea la mitad que en el caso en que la cuña estuviera pegada al plano sin deslizar, en el caso particular en que $M = m/8$.
- 22.** Dos poleas A y B pueden rodar sin deslizar sobre una recta horizontal, manteniéndose verticales en todo instante y unidas mediante un hilo sin masa que se enrolla en el perímetro exterior de las mismas, con un resorte lineal de constante k en su centro. La masa de la primera polea es m_A y su radio $1,5R$, mientras que la masa de la otra es m_B y su radio exterior $2R$. La rodadura de la polea B sobre la recta se produce mediante un pequeño saliente de forma circular y radio R . Al ser este saliente pequeño, ambas poleas se pueden considerar como discos homogéneos.

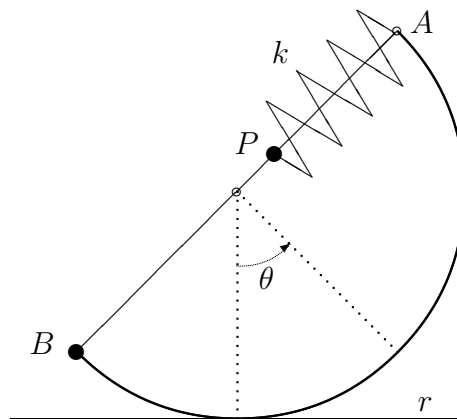
Considerando que el hilo se mantiene tenso en todo instante y que es suficientemente largo para que el resorte central no llegue a tocar las poleas, obtener las

ecuaciones diferenciales del movimiento del sistema.



23. Un semicirculo de radio R y peso p se apoya sobre una guía horizontal r , estando ambos contenidos en un plano vertical. Los extremos A, B del diámetro están unidos por una varilla de peso despreciable, sobre la que desliza un anillo P de peso q , unido con A mediante un resorte de constante elástica k y longitud natural nula. En el punto B está soldado un punto material de igual peso q . Denominando s la distancia de A a P y θ al ángulo que el eje de simetría del semicirculo forma con la vertical, se pide:

1. Expresar las energías cinética y potencial del sistema;
2. ecuaciones de Lagrange del movimiento;
3. calcular la reacción de la guía r sobre el semicirculo en un instante genérico.

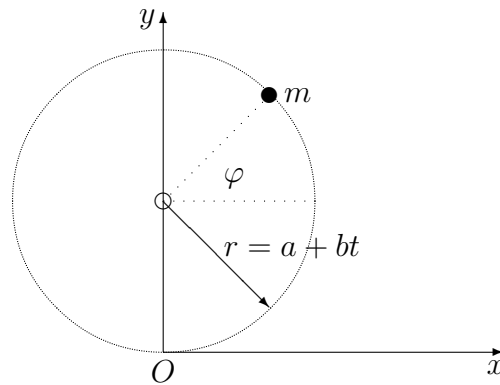


24. Una hélice tiene por ecuaciones, en coordenadas cilíndricas, $\rho = b$, $z = a\varphi$, siendo a y b constantes. Sobre ella se mueve sin rozamiento una partícula de masa m , que se encuentra atraída desde el origen de coordenadas por una fuerza proporcional a la distancia, con constante k . Se desprecia la acción de la gravedad. Se pide:

- a. Obtener las ecuaciones del movimiento e integrales primeras en su caso;

- b. Calcular la reacción de la hélice sobre la partícula, empleando multiplicadores de Lagrange;
- c. Las mismas cuestiones, suponiendo ahora que la hélice es en realidad una acanaladura en la superficie de un cilindro macizo vertical de masa M , que puede girar libremente alrededor de su eje.

25. Un anillo circular se encuentra situado en el plano horizontal Oxy , con un punto fijo en el origen y su centro sobre el eje Oy ; el radio del anillo varía con el tiempo de acuerdo con $r = a + bt$, siendo a y b constantes. Una partícula de masa m desliza sin rozamiento sobre el anillo, mediante una ligadura bilateral.



- a. Obtener las ecuaciones del movimiento.
- b. Discutir la existencia de integrales primeras. ¿Se conserva la energía total? ¿y la integral de Jacobi?
- c. Empleando multiplicadores de Lagrange, obtener la reacción del anillo sobre la partícula.