

CARGAS DINÁMICAS EN LA ESTRUCTURA DE VÍA DEBIDAS AL TRÁFICO DE TRENES DE ALTA VELOCIDAD

Mario Bermejo¹, José M^a Goicolea^{1*}, Felipe Gabaldón¹, Cecilia Vale² y
Pablo Antolín¹

1: Depto de Mecánica de Medios Continuos
ETSI Caminos Canales y Puertos. UPM
C/ Profesor Aranguren s/n, Madrid 28040
e-mail: jose.goicolea@upm.es

2: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.

Palabras clave: Alta velocidad, Dinámica estructural, Vía en placa, Balasto, Rheda, Densidad espectral de potencia, Métodos numéricos, Ingeniería.

Resumen. *El tráfico ferroviario genera cargas sobre los elementos de las estructuras de vía cuyo reparto depende de los parámetros de rigidez y masa de la vía y del vehículo. El estudio de dichas cargas es de capital importancia en las nuevas infraestructuras ferroviarias de alta velocidad. En particular, resultan de especial interés los efectos dinámicos y vibraciones producidos por el tráfico de alta velocidad. Asimismo resulta especialmente relevante la comparación de la vía tradicional sobre balasto con las nuevas estructuras de vía en placa.*

En este trabajo se desarrolla un modelo basado en cálculos dinámicos de elementos finitos para evaluar las cargas dinámicas producidas por los trenes de alta velocidad sobre las estructuras de vía. Se considera tanto el efecto en una vía geoméricamente ideal como en el caso con irregularidades distribuidas definidas de manera estocástica. Se discuten distintos modelos simplificados de vehículos ferroviarios, seleccionando el más adecuado.

Los modelos anteriores se aplican al cálculo de las cargas en vía sobre balasto y vía en placa representativas de las nuevas líneas de alta velocidad.

1. INTRODUCCIÓN

Las funciones principales que cumple la vía ferroviaria son dos: la transmisión y reparto de cargas tanto verticales como horizontales al terreno o estructuras, y por otra parte el guiado de los vehículos a través del contacto rueda-carril [3].

La vía clásica sobre balasto es bien conocida por el sector ferroviario. Entre otras ventajas proporciona gran flexibilidad para intervenciones de mantenimiento o correctivas para

garantizar una geometría de suficiente calidad y estabilidad, incluso para las modernas líneas de altas prestaciones. En contrapartida, la vía sobre balasto sufre degradaciones o modificaciones en su geometría que precisamente necesita un mantenimiento regular, mantenimiento que lleva asociado un coste importante así como interrupciones en el tráfico comercial.

Por otra parte la vía en placa proporciona una estabilidad mucho mayor, lo que elimina gran parte de este mantenimiento. Esto además de la reducción del coste de explotación permite una utilización más intensa. Además su uso proporciona otras ventajas como la accesibilidad de personas o equipos o la eliminación de problemas de vuelo de balasto que se han detectado recientemente como una de las limitaciones principales para continuar elevando la velocidad comercial en líneas de alta velocidad.

Sin embargo, los requisitos de utilización de la vía en placa y su respuesta a corto y largo plazo son aspectos aún insuficientemente conocidos. En este trabajo se aborda la evaluación de los esfuerzos dinámicos transmitidos por el tráfico ferroviario a la infraestructura a través de la vía.

Los esfuerzos dinámicos en la vía ferroviaria pueden ser considerablemente mayores que los estáticos y son un factor importante a tener en cuenta para el dimensionamiento y diseño de la infraestructura de vía [9]. Entre los fenómenos que influyen sobre la respuesta dinámica están las irregularidades aisladas o distribuidas de la geometría del carril; las características mecánicas de la propia estructura de vía; las características dinámicas de los vehículos ferroviarios; el contacto rueda-carril; las características mecánicas de la plataforma por debajo de la vía o de las estructuras [6]. Como ejemplo significativo, recientemente se han publicado por parte del prof. Melis algunos trabajos [10] en los que se cuestiona fuertemente la rigidez vertical de los *pads* de apoyo de los carriles en la vía de las últimas líneas de alta velocidad en España, sosteniéndose por dicho autor que este factor perjudica notablemente el confort del tráfico de pasajeros.

Este trabajo forma parte de un proyecto de investigación más amplio, coordinado con otros organismos, en el que se aborda el estudio de los sistemas de vía basado en modelos de ingeniería y de cálculo, cubriendo varios puntos de vista. Los aspectos considerados en el proyecto son: Las acciones dinámicas sobre la vía, los condicionantes geotécnicos y el deterioro de la vía (ETS Caminos UPM); la interacción longitudinal entre carril, placa y plataforma, así como los condicionantes generales de diseño (Fundación de Caminos de Hierro FCH); La interacción con los vehículos y material móvil (Univ. del País Vasco y CEIT); La transmisión de vibraciones por el terreno (Univ. de Sevilla); y por último los aspectos económicos estudiando el coste de ciclo de vida (ETS Caminos UPM).

En lo que sigue de este artículo se describen en primer lugar los modelos dinámicos de elementos finitos empleados en el cálculo (sección 2). A continuación se desarrollan las aplicaciones al cálculo dinámico de la vía sobre balasto y la vía en placa (sección 3). Por último se resumen las conclusiones principales (sección 4).

2. MODELO DE CÁLCULO

2.1. Modelos de elementos finitos

La metodología utilizada para analizar la respuesta dinámica de los diferentes sistemas de vía considerados se basa en modelos de elementos finitos en los que se representa por una parte la estructura correspondiente a la vía (carril, traviesas, fijaciones, etc) y por otra un modelo más o menos simplificado del vehículo, realizando la integración en el tiempo de todos los grados de libertad del sistema vehículo–estructura. Las acciones, que en este caso corresponden a la circulación con velocidad constante de los ejes de un coche tipo, se establecen mediante algoritmos de detección e interacción de los contactos entre ambos modelos [1].

El carril se modeliza mediante elementos viga bidimensionales de dos nodos, con la formulación clásica de Timoshenko que considera la deformación por cortante. Para la sección transversal se han considerado las propiedades del carril UIC60, que corresponden a un área de 76,84 cm², un momento de inercia de flexión de 3055 cm⁴, y coeficiente de forma (que expresa el cociente entre el área reducida y el área real) $\alpha = 0,4$. Las propiedades mecánicas adoptadas corresponden a un acero con módulo de Young $E = 2100$ GPa, coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$ y densidad $\rho = 7850$ kg/m³.

Para considerar las acciones correspondientes al vehículo se ha considerado de manera individual la carga sobre uno de los carriles correspondiente a medio eje aislado y un cuarto de bogie. Los valores de dichas cargas se detallan en los apartados 3.1 y 3.2.

Las fuerzas de interacción entre el vehículo y la vía se transmiten a través del área de contacto entre la rueda y el carril. Para ello se relaciona la fuerza de compresión transmitida y la indentación en la superficie de contacto mediante el modelo no lineal de contacto hertziano. La teoría de Hertz se basa en la hipótesis de que la deformación elástica del acero de la rueda y del carril producen una superficie de contacto de forma elíptica. Las dimensiones de la elipse de contacto están determinadas por el valor de la fuerza de contacto, mientras que la relación entre los semiejes de la elipse dependen de las curvaturas de la rueda y del perfil del carril. Con estas hipótesis, la relación entre la fuerza transmitida F_c y la indentación del carril y es [3]:

$$F = C_H y^{3/2} \quad (1)$$

siendo C_H una constante cuyo valor depende de los radios de la rueda y del carril, y de las propiedades mecánicas de los materiales.

Es usual linealizar esta relación entorno a la deflexión correspondiente a la carga estática obteniendo así la constante de rigidez k_H de un muelle lineal “hertziano”:

$$k_H = \frac{dF}{dy} = \frac{3}{2} C_H^{2/3} F^{1/3} \quad (2)$$

Tomando $C_H = 1,04$ N/m^{3/2} y $F = 85$ kN, resulta $k_H = 1,46$ GN/m. Cabe señalar que Jenkins [4] obtiene para ruedas de un metro de diámetro valores de k_H iguales a 1,4 GN/m y 1,6 GN/m para ruedas nuevas y ruedas viejas, respectivamente.

Otras propiedades de la vía (rigidez de las sujeciones, balasto, hormigón, etc.) para los casos de vía sobre balasto y vía en placa, se describe en los apartados 3.1 y 3.2.

El sistema de ecuaciones algebraico-diferenciales que gobierna el problema dinámico descrito en este artículo, que se pueden englobar dentro de las correspondientes a un problema de tipo hiperbólico, son del tipo:

$$\mathbf{M}\mathbf{a} + \mathbf{C}\mathbf{v} + \mathbf{K}\mathbf{d} = \mathbf{F} \quad (3)$$

Este sistema se integra numéricamente empleando un método HHT [5]. Esta familia de métodos lineales multipaso quizá sea la más utilizada en aplicaciones tanto lineales como no lineales de mecánica de sólidos. De acuerdo con la implementación realizada en FEAP de un método HHT modificado [2], las ecuaciones del movimiento (3) se expresan de forma discreta en la forma:

$$\mathbf{M}\mathbf{a}_{n+\alpha} + \mathbf{C}\mathbf{v}_{n+\alpha} + \mathbf{K}\mathbf{d}_{n+\alpha} = \mathbf{F}_{n+\alpha} \quad (4)$$

siendo:

$$\mathbf{d}_{n+\alpha} = \mathbf{d}_n + \alpha(\mathbf{d}_{n+1} - \mathbf{d}_n) \quad (5)$$

$$\mathbf{v}_{n+\alpha} = \mathbf{v}_n + \alpha(\mathbf{v}_{n+1} - \mathbf{v}_n) \quad (6)$$

La ecuación (4), junto con las relaciones:

$$\mathbf{d}_{n+1} = \mathbf{d}_n + \Delta t \mathbf{v}_n + \frac{\Delta t^2}{2} [(1 - 2\beta)\mathbf{a}_n + 2\beta\mathbf{a}_{n+1}] \quad (7)$$

$$\mathbf{v}_{n+1} = \mathbf{v}_n + \Delta t [(1 - \gamma)\mathbf{a}_n + \gamma\mathbf{a}_{n+1}] \quad (8)$$

permite integrar numéricamente el sistema de ecuaciones obteniendo en cada paso de tiempo los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración. Los valores escogidos para los parámetros α , β y γ permiten controlar la disipación numérica, resultando esquemas de integración más estables que los obtenidos con otros métodos estándar como pueden ser los métodos de Newmark.

Concretamente en este trabajo se han adoptado los valores $\alpha = 2/3$, $\beta = 4/9$ y $\gamma = 5/6$, que dan lugar a un esquema con el máximo amortiguamiento numérico que se puede conseguir con un esquema incondicionalmente estable.

2.2. Irregularidades de elevación de la vía. Distribución estadística PSD. Generación de perfiles.

La vía ferroviaria dista de ser un línea perfectamente nivelada, sino que tiene pequeños defectos en el propio carril y en la nivelación que se recogen en un perfil de irregularidades. El objeto de estudio es la influencia en las cargas dinámicas producidas por estas irregularidades.

A falta de medidas experimentales de las irregularidades, éstas se pueden generar mediante metodos matemáticos.

La densidad espectral de potencia (PSD) permite definir perfiles estocásticos de irregularidades en un rango de frecuencias para un rango de media cuadrática del perfil.

Origen de las irregularidades de vía: La explotación de la vía produce defectos de nivelación debido a las acciones sobre la vía; el mantenimiento de vía establece límites a partir de los cuales se actua sobre la vía volviendo a nivelarla. El límite de alarma para irregularidades de longitud de onda entre 3 y 25 m, definidos en la prEN 13848-5, Tabla B.9 [16], se establece en el rango de 1 a 1,5 mm.

Además de las irregularidades debidas a los defectos de nivelación, existe una rugosidad superficial de rueda y carril. En el caso de carriles, esa rugosidad puede adoptar una distribución estocástica cuya amplitud puede llegar, en casos límites, a valores en el entorno de 0,1 mm, con longitudes de onda entre 0,05 a 3 m. Estas irregularidades se conocen como desgaste ondulatorio o corrugación.

En este artículo se exponen los métodos para generar estos perfiles de irregularidades, tanto para longitudes de onda en el rango de 3 a 25 m que llamaremos *D1*, como para longitudes de onda en el rango de 0,05 a 3 m que llamaremos *D2*.

Formulación matemática: La función de densidad espectral de potencia se define como la transformada de Fourier de la función de autocorrelación.

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (9)$$

La función de autocorrelación es

$$R(\tau) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_0^L y(t)y(t - \tau) dt \quad (10)$$

La autocorrelación se expresa para una muestra discreta de N puntos como

$$R(x_j) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} y(x_i)y(x_{i-j}) \quad (11)$$

La transformada de Fourier se define como

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (12)$$

Para poder aplicar la transformada de Fourier a una muestra discreta se usa la transformada discreta de Fourier (DTF) que se define como

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\frac{2\pi i}{N} k n} \quad (13)$$

El intervalo de longitudes de onda que se puede analizar mediante la transformada discreta de Fourier es el acotado por las longitudes de onda de Nyquist, $2\Delta x$ y L , siendo L la longitud total considerada en la muestra y Δx el incremento entre puntos de la muestra. Dicho de otra forma, la máxima frecuencia recogida es la frecuencia de Nyquist, $N/2L$, expresada en Hz, siendo N el número de puntos de la muestra.

Mediante esta formulación se obtiene la función de densidad espectral de potencia de un perfil de irregularidades.

Implementación del algoritmo de generación de perfiles: Para obtener las irregularidades de vía a partir de una función de densidad espectral de potencia teórica se usa la siguiente formulación recogida en [11].

Se parte de una función de densidad espectral de potencia.

$$\Phi(\omega) = A \frac{\omega_c^2}{(\omega_r^2 + \omega^2)(\omega_c^2 + \omega^2)} \quad (14)$$

Y se obtienen las irregularidades con la siguiente formulación.

$$A_0 = 0 \quad (15)$$

$$A_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{2\pi}\Phi(\Delta\omega) + \frac{4}{12\pi}\Phi(\omega_0)\right)\Delta\omega} \quad (16)$$

$$A_2 = \sqrt{\left(\frac{1}{2\pi}\Phi(2\Delta\omega) + \frac{1}{12\pi}\Phi(\omega_0)\right)\Delta\omega} \quad (17)$$

$$A_n = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\Phi(\omega_n)\Delta\omega} \quad (18)$$

$$y_i = \sqrt{2} \sum_{n=0}^{N-1} A_n \cos(\omega_n x_i + \phi_n) \quad (19)$$

$$\Phi(\omega_n) = 2S(\omega_n) \quad (20)$$

Donde el parámetro ϕ_n es una componente de fase aleatoria, y cada valor y_i es la irregularidad de vía generada para cada x_i .

La función $\Phi(\omega)$ se define con los parámetros A , ω_c y ω_r .

$$\omega_c = 0,8246 \text{ rad/m} \quad (21)$$

$$\omega_r = 0,0206 \text{ rad/m} \quad (22)$$

El parámetro A en este trabajo se elige de forma que se obtenga una media cuadrática de las irregularidades en el rango de 1 a 1,5 mm.

$$A = 3,65 \cdot 10^{-6} \text{ rad m} \quad (23)$$

Aplicación del método: Usando la formulación para la generación de perfiles se obtiene la gráfica izquierda de la figura 1, y calculando la densidad espectral de potencia de este perfil generado comparamos la correlación entre la PSD teórica y la PSD del perfil calculado, como se ve en la gráfica derecha de la figura 1.

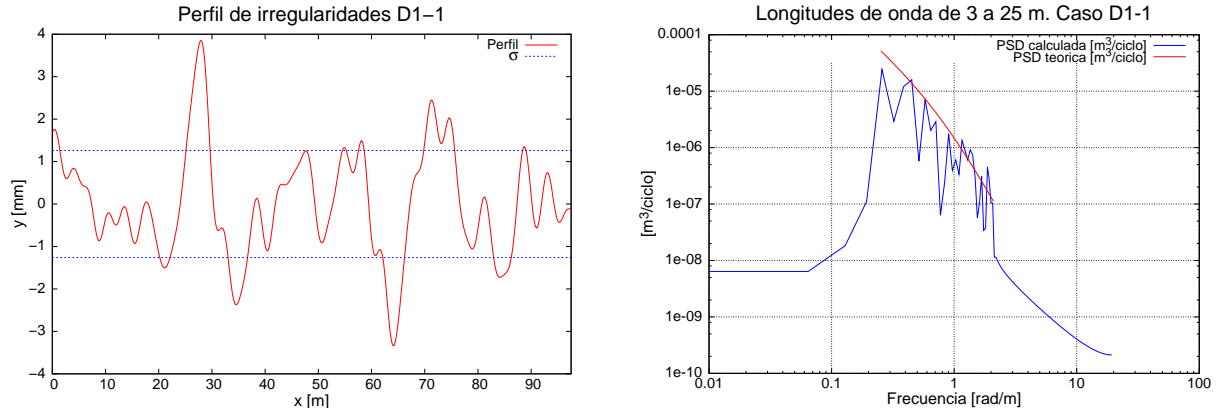


Figura 1: A la izquierda: Perfil de irregularidades D1-1. A la derecha: Densidad espectral de potencia teórica y calculada

2.3. Modelo de vehículo

El vehículo se modela en este trabajo como 1/4 de bogie (figura 2) ya que simula adecuadamente el vehículo ferroviario para la valoración del comportamiento dinámico vertical; el modelo de 1/2 eje (más sencillo) no representa la realidad del paso de un vehículo sobre una vía porque tiene una única frecuencia propia (aprox. 220 Hz) próxima a una de las frecuencias de la vía (aprox. 230 Hz) y a la frecuencia de excitación a 360 km/h con espaciamento entre traviesas de 0,60 m (166,666 Hz), mientras el vehículo real tiene otras frecuencias además de esa con importancia en el comportamiento de la vía, y la respuesta estructural obtenida con el modelo de 1/4 de bogie es similar a la obtenida con el modelo de 1/8 de vehículo, así que se opta por el modelo de vehículo más sencillo, o sea, el de 1/4 de bogie.

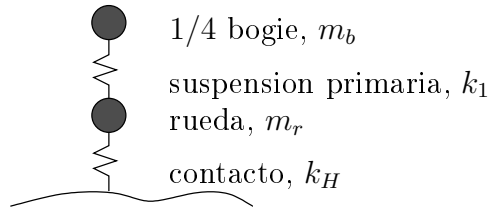


Figura 2: Modelo de vehículo: Cuarto de bogie

Propiedades	
Rigidez suspensión primaria	0,805 MN/m
Amortiguamiento suspensión primaria (Rayleigh)	0,00466
Rigidez contacto	1460 MN/m
Masa de medio eje-rueda	758 kg
Masa un cuarto de bogie	1395 kg
Peso sobre rueda del vehículo	85 kN

Cuadro 1: Parámetros del modelo de vehículo

3. CASOS DE APLICACIÓN Y RESULTADOS

3.1. Modelos de vía sobre balasto

El esquema de vía sobre balasto considerado se representa en la figura 3. La vía sobre balasto se modeliza mediante elementos finitos en 2 dimensiones, en un tramo de 90 m, considerando un sólo carril. Se modelizan los distintos componentes de la vía, la plataforma a través de un coeficiente de balasto, el balasto, las traviesas, los pads y el carril.

Las características del vehículo son las del tren AVE S 103 (ICE3), y se modeliza, con contacto hertziano entre rueda y carril, suspensión primaria, peso del eje y de la masa suspendida y peso de vehículo.

Los parámetros del modelo se recogen en el cuadro 2.

Los casos analizados tienen un rango de velocidades de 200 km/h a 360 km/h, combinados con tres perfiles con logitudes de onda de 3 a 25 metros y tres perfiles con longitudes de onda de 0,05 a 3 metros.

Desde el punto de vista de los efectos sobre la infraestructura obtenemos la fuerza transmitida por el vehículo a la infraestructura, la fuerza máxima que recogen los pads y la fuerza en la suspensión.

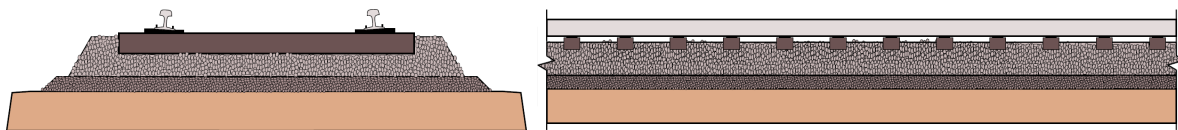


Figura 3: Esquema de la sección transversal y longitudinal de la vía sobre balasto.

Dimensiones	
Longitud modelo	90 m
Espesor capa balasto	1 m
Separación entre pads	0,60 m
Propiedades	
Carril	UIC60
Rigidez balasto	100 MN/m
Rigidez pads	100 MN/m
Amortiguamiento pads (Rayleigh)	0,00012
Módulo de balasto plataforma	80 MN/m ³
Masa media traviesa	160 kg

Cuadro 2: Parámetros del modelo de vía en balasto

Las gráficas de la figura 5 muestran los resultados obtenidos en el caso de velocidad 360 km/h y un perfil de irregularidades con longitudes de onda entre 3 a 25 metros.

Se monitorizan varios pads de la vía (figura 5 derecha), puesto que la fuerza que reciben depende del perfil de irregularidades, y de la velocidad del tren.

La figura 6 recoge los resultados y las envolventes de los casos estudiados en vía en balasto, con velocidades entre 200 y 360 km/h, con tres perfiles tipo *D1* y tres perfiles tipo *D2*.

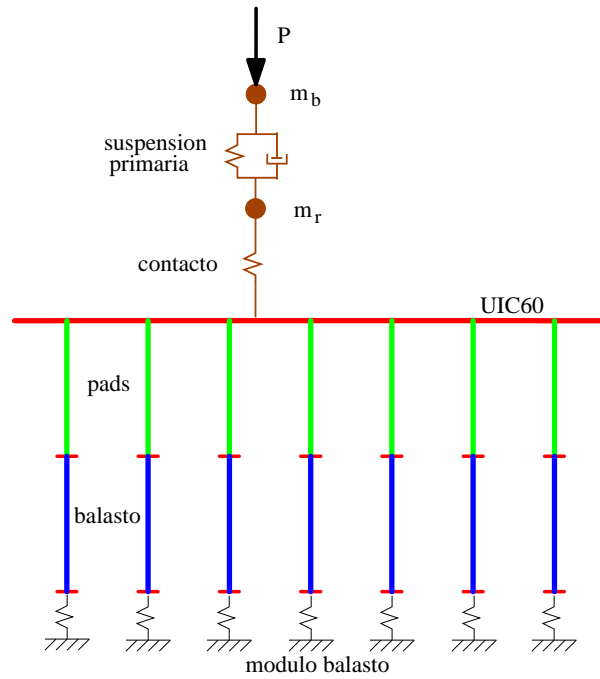


Figura 4: Detalle de la malla de elementos finitos de vía en balasto

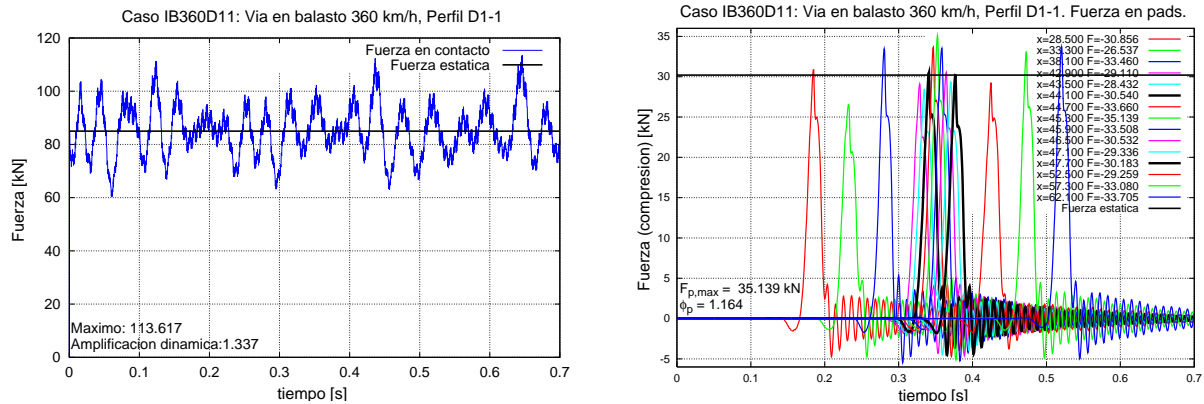


Figura 5: Caso D1-1 a 360 km/h. A la izquierda: Amplificación dinámica de la fuerza de contacto. A la derecha: Amplificación dinámica de la fuerza máxima en pads

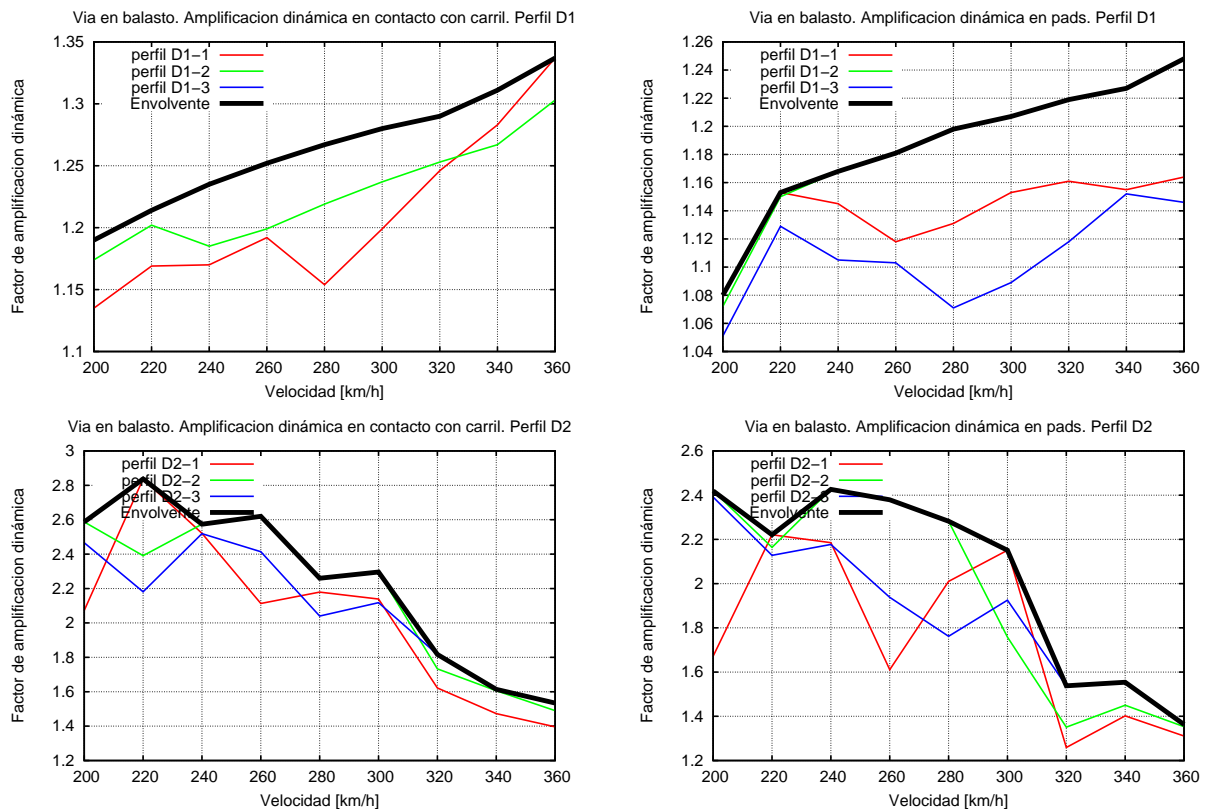


Figura 6: Resultados Balasto. Arriba: Envolvente de fuerza transmitida a la vía, y fuerzas máximas en los pads para perfiles D1. Abajo para perfiles D2.

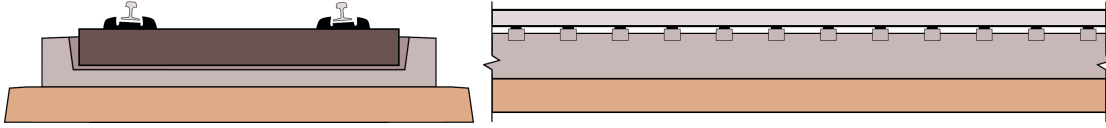


Figura 7: Esquema de la sección transversal y longitudinal de la vía en placa (Rheda2000).

3.2. Modelos de vía en placa (Rheda)

El esquema de vía en placa considerado se representa en la figura 7. Al igual que en el modelo de balasto, la vía en placa Rheda 2000 se modeliza mediante elementos finitos en 2 dimensiones; la longitud del tramo de estudio es en este caso de 97,5 m, considerando un sólo carril. Se modelizan los distintos componentes de la vía, la plataforma a través de un coeficiente de balasto, la placa de hormigón, las traviesas, los pads y el carril.

Las características del vehículo son las del tren AVE S 103 (ICE3), igual que en el caso de balasto.

Los parámetros del modelo se recogen en el cuadro 3.

Dimensiones	
Longitud modelo	97,5 m
Espesor losa	24 cm
Separación entre pads	0,65 m
Propiedades	
Carril	UIC60
Hormigón	34 GPa
Rigidez pads	40 MN/m
Amortiguamiento pads (Rayleigh)	0,0002
Módulo de balasto plataforma	80 MN/m ³
Masa media traviesa	69 kg

Cuadro 3: Parámetros del modelo de vía en placa Rheda 2000

Los casos analizados tienen un rango de velocidades de 200 km/h a 360 km/h, combinados con tres perfiles con longitudes de onda de 3 a 25 metros y tres perfiles con longitudes de onda de 0,05 a 3 metros.

Desde el punto de vista de los efectos sobre la infraestructura obtenemos la fuerza transmitida por el vehículo a la infraestructura, la fuerza máxima que recogen los pads y la fuerza en la suspensión.

Las gráficas de la figura 9 muestran los resultados obtenidos en el caso de velocidad 360 km/h y un perfil de irregularidades con longitudes de onda entre 3 y 25 metros.

Se monitorizan varios pads de la vía (figura 9 derecha), puesto que la fuerza que reciben depende del perfil de irregularidades, y de la velocidad del tren.

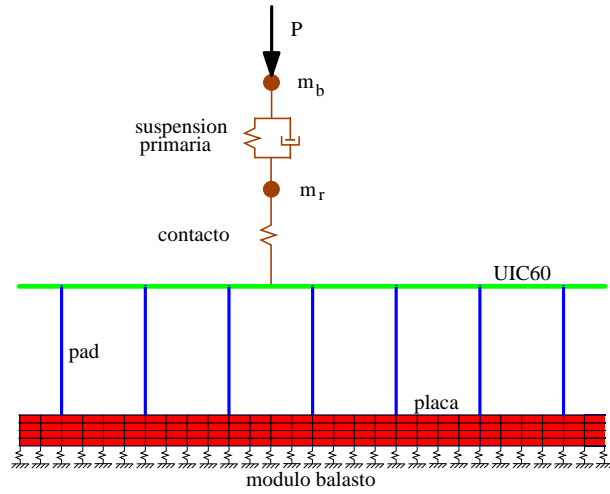


Figura 8: Detalle de la malla de elementos finitos de vía en placa Rheda 2000

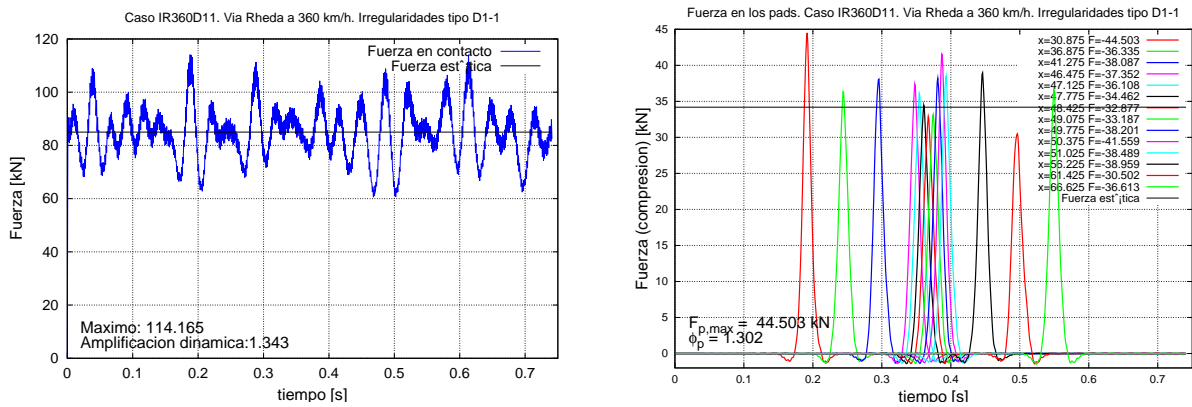


Figura 9: Caso D1-1 a 360 km/h. A la izquierda: Amplificación dinámica de la fuerza de contacto. A la derecha: Amplificación dinámica de la fuerza máxima en pads

La figura 10 recoge los resultados y las envolventes de los casos estudiados en vía Rheda, con velocidades entre 200 y 360 km/h, con tres perfiles tipo *D1* y tres perfiles tipo *D2*.

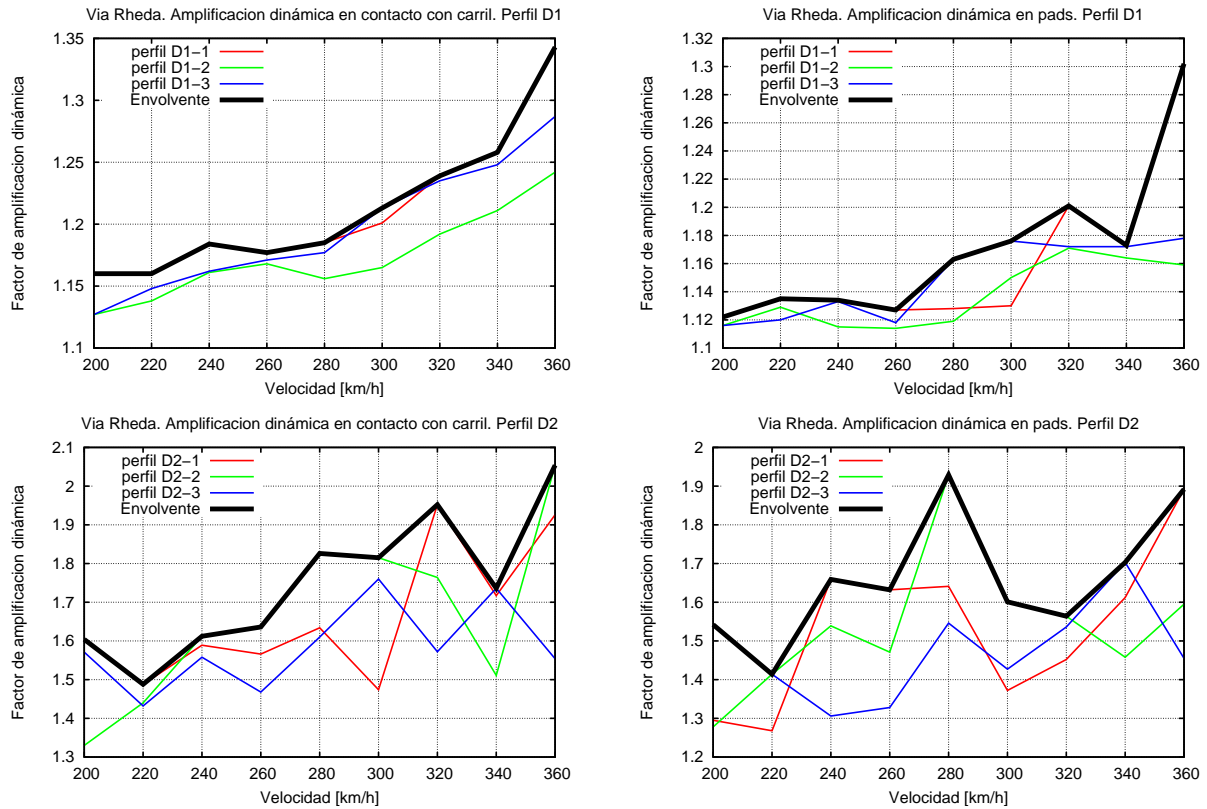


Figura 10: Resultados Rheda. Arriba: Envolvente de fuerza transmitida a la vía, y fuerzas máximas en los pads para perfiles D1. Abajo para perfiles D2.

4. CONCLUSIONES

De los resultados presentados se pueden deducir las siguientes conclusiones.

- Se presenta un modelo para el estudio de la dinámica vertical de la vía considerando de manera acoplada el vehículo, mediante una representación simplificada. Se comprueba que para esto es suficiente con un modelo de cuarto de bogie (medio eje), ya que los demás ejes no ejercen prácticamente ninguna interacción dinámica. El modelo está realizado mediante elementos finitos en dos dimensiones, en el dominio del tiempo. La consideración de las irregularidades de la geometría de vía son esenciales para introducir los efectos dinámicos de la interacción.
- Las fuerzas dinámicas transmitidas presentan amplificaciones muy distintas según se consideren en el contacto rueda–carril o la transmitida efectivamente a través de los *pads* de apoyo del carril. En este último caso se produce un filtrado considerable de altas frecuencias que reduce la magnitud de los picos de fuerza transmitida. Puesto que en este caso el interés reside en los esfuerzos transmitidos a la infraestructura de vía son estos últimos valores los que se deben considerar.
- La amplificación dinámica de las fuerzas, considerando distribuciones de irregularidades con longitudes de onda entre 3 m y 25 m, es de 1,25 para vía sobre balasto y 1,30 para vía en placa Rheda2000. Estos valores son moderados y no difieren mucho entre sí. Por el contrario, si se considerasen irregularidades de longitudes de onda más pequeñas (lo que no está en la normativa ni es previsible) la amplificación pasaría a valer respectivamente 2,4 para balasto y 1,9 para vía en placa.
- Se considera que existen aún incertidumbres sobre los mecanismos reales de transferencia de cargas dinámicas y sería conveniente una campaña experimental detallada para calibrar los modelos.

5. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo forma parte del proyecto de investigación *Estudio del comportamiento a medio y largo plazo de las estructuras ferroviarias de balasto y placa*, financiado por el Ministerio de Fomento a través del CEDEX, con la Ref. PT-2006-024-19CCPM, cuyo apoyo económico se reconoce. Deseamos agradecer el apoyo de Angel Mateos, coordinador del CEDEX para este proyecto, por su apoyo constante a su desarrollo.

REFERENCIAS

- [1] R.L. Taylor. FEAP – A Finite Element Analysis Program. *User Manual*, (2007).
- [2] R.L. Taylor. FEAP – A Finite Element Analysis Program. *Theory Manual*, (2007).
- [3] C. Esveld. *Modern railway track*. MRT- Productions, (2001).

- [4] H.H. Jenkins, J.E. Stephenson, G.A. Clayton, G.W. Morland and D. Lyon. The effect of track and vehicle parameters on wheel/rail vertical dynamic forces, *Railway Engineering Journal*, (January, 1974).
- [5] T.J.R. Hughes. *The Finite Element Method. Linear static and dynamic finite element analysis*. Dover, (2000).
- [6] S. Iwnicki. *Handbook of Railway Vehicle Dynamics*. CRC Press, (2006).
- [7] D.E.Newland. *An introduction to random vibrations and spectral analysis*. Longman Scientific Technical (1984).
- [8] A.V.Oppenheim, R.W.Schafer. *Tratamiento de señales en tiempo discreto*. Prentice Hall (1999).
- [9] M. Melis Maynar. *Apuntes de introducción a la dinámica vertical de la vía y a las señales digitales en ferrocarriles: con 151 programas en Matlab, Simulín, Visual C++, Visual Basic y Excel*. Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, (2008).
- [10] M. Melis Maynar. Terraplenes y balasto en la Alta Velocidad Ferroviaria. Cuarta parte: Los trazados de Alta Velocidad en España (I). Algunas alternativas. *Revista de Obras Públicas*, 154 (3476): 41-66 (2007).
- [11] H. Claus y W. Schiehlen. Modelling and simulation of railway bogie structural vibrations. *Dinamics of vehicles on roads and tracks*, (agosto, 1997).
- [12] M.Shinokuza y G.Deodatis. Simulation of stochastic processes by spectral representation. *Applied Mechanics Review*, vol 44, (abril, 1991).
- [13] M.Shinokuza y C-M.Jan. Digital simulation of random processes and its applications. *Journal of Sound and Vibrations*, vol 25, pags. 111-128, (1972).
- [14] L.V.V. Gopala Rao y S.Narayanan. Preview control of randow response of a half-car vehicle model traversing rough road. *Journal of Sound and Vibrations*, vol 310, pags. 352-365, (2007).
- [15] A.G.Thompson y B.R.Davis. Computation of the rms state variabes and control forces in a half-car model with preview active suspensions using spectral decomposition methods. *Journal of Sound and Vibrations*, vol 285, pags. 571-583, (2004).
- [16] pr EN 13848-5 Railway applications - Track - Track geometry quality - Part 5: Geometric quality assessment, *European Committee for Standardization*, (2005).